

ISSN: 2658–5782

Номер 1-2

2020

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)



# **ТРУДЫ**

**VII Российской конференции  
«Многофазные системы:  
модели, эксперимент, приложения»,  
посвященной 80-летию академика РАН  
Р.И. Нигматулина**

**Уфа, 5–10 октября 2020 г.**

Организаторы конференции:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,  
Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления  
Российской академии наук (ОЭММПУ РАН),  
Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ),  
Уфимский федеральный исследовательский центр РАН (УФИЦ РАН),  
Правительство Республики Башкортостан (РБ),  
Академия наук Республики Башкортостан (АН РБ),  
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН (ИМех УФИЦ РАН)

## Повышение эффективности аппаратов воздушного охлаждения установки переработки нефтешламов организацией потоков охлаждающего воздуха<sup>1</sup>

Абдеев Э.Р., Шавалеев Э.И., Яковлев Д.В.

Башкирский государственный университет, Уфа

В данной работе доказывается возможность повышения эффективности аппаратов воздушного охлаждения за счет снижения температуры охлаждающего воздуха внедрением новых конструктивных решений, способных обеспечить выполнение определённых условий возникновения атмосферного вихря, доставляющего более холодный, чем на земле охлаждающий воздух с нижних слоёв тропосферы.

Холодный воздух с верхних слоёв тропосферы является более разреженный с меньшей плотностью из-за меньшего атмосферного дав-

ления на высоте и поэтому не может самостоятельно перетекать в область более высокого давления. Для обеспечения притока холодного воздуха с более высокого уровня тропосферы в область пониженного давления требуется создать устойчивую линию воздушного потока.

В работе созданы физическая и математическая модели организации кругового циклического потока атмосферного воздуха, участвующего в устойчивом круговом движении и позволяющего обеспечить аппараты воздушного охлаждения более холодным воздухом с верхних слоёв атмосферы.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ No 18-29-24178



## Устранение кавитационных явлений в рабочих частях гидротурбин

Аветисян Г.Р.

<<Отдел гидромеханики и вибротешники НАН РА>> ЗАО, Гюмри, Армения

Кавитация возникает в потоке жидкости при обтекании поверхности гидросоружения, лопаток турбин, насосов, гребных винтов и др.

Для реальной жидкости она возникает в результате местного уменьшения давления ниже критического давления т.е. ниже давления насыщенного пара этой жидкости при данной температуре.

Как гидродинамическая кавитация, которая возникает в результате снижения давления от больших местных скоростей в потоке капельной жидкости, так и акустическая кавитация возникшая снижением давления в результате прохождения в жидкости акустических волн, сопровождаются возникновением ударов, вызывающих появление больших давлений в жидкости, механически разрушающих обтекаемые тела и приводящих к снижению КПД гидроустановки[1].

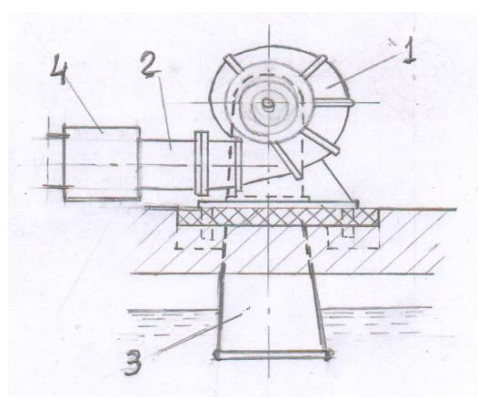
Кавитационные процессы возникшие в частях гидротурбины подвергают эрозии рабочее колесо и обтекаемые части ее корпуса.

Для устранения кавитационной эрозии в рабочих частях гидроустановки-систему проектируют так, чтобы во всех ее точках давление жидкости было больше давления парообразования. Для предотвращения кавитации т.е. причины ее возникновения, надо устранить пульсаций давления, а также во избежание возникновения ударного давления в деривации при гидроэлектростанциях устанавливаются уравнительные резервуары. Необходимость сооружения уравнительных резервуаров определяется инерционностью водной массы, заключенной в напорных водоподводящих сооружениях ГЭС. Для этих целей установка на малых ГЭС уравнительных резервуаров нецелесообразна, из-за их громозкости, так как часто приходится устанавливать резервуары на равнинах в виде башен.

Предлагаемый метод радикально устраняет возникновение в гидротурбинах как гидродинамических так и акустических кавитационных явлений. Это достигается применением эффективно функционирующих стабилизаторов волновых и колебательных процессов, которые сглаживают пульсаций

давления и расхода жидкости[2;3].

На рисунке показана схема присоединения стабилизатора волновых и колебательных процессов на подводящей трубопроводе ГЭС.



Где, 1-гидротурбина; 2-подводящий трубопровод; 3-отсасывающий трубопровод; 4-стабилизатор.

На основе теории подобия моделирован гидродинамический процесс происходящий в тракте верхний бьеф ГЭС - подводящий трубопровод – гидротурбина - отсасывающий трубопровод. Основным критерием взят число Рейнолдса. В трубопроводе экспериментального стенда после пульсатора создается колебаний давления воды в подводящей трубопроводе ГЭС.

При оптимальном подборе параметров стабилизатора можно достичь гашения пульсаций давления на 95%, которое позволяет устранить кавитационную эрозию рабочего колеса и корпуса гидротурбины, этим значительно повышается КПД станции в целом.

### Список литературы:

- [1] Ганиев Р.Ф. Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий- Изд 2-е, М. Институт компьютерных исследований; Научно-издательский центр <<Регулярная и хаотическая динамика>>, 2011.
- [2] стабилизатор пульсаций давления. А.С. СССР No 1569510 -зарегистрировано 1987.
- [3] Аветисян Г.Р. Стабилизатор колебаний давления, Патент РА No 3031A – зарегистрирован 2016.

## Управление волновыми и вибрационными процессами в трубопроводных системах содержащих двухфазную среду: жидкость-газ

Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.

<<Отдел гидромеханики и вибротехники НАН РА>> ЗАО, Гюмри, Армения

В трубопроводных системах из-за несовершенности рабочего процесса в нагнетательных устройствах (насосы, компрессоры), вихреобразования в потоках рабочей среды, возникают пульсации давления, которые являются основными источниками волновых и вибрационных процессов в трубопроводных системах и соединительных устройствах[1;2].

Волновые и вибрационные процессы, а также ударные явления возникают в трубопроводных системах при переработке нефти и ее фракций. В частности, при каталитическом крекинге и гидрокрекинге.

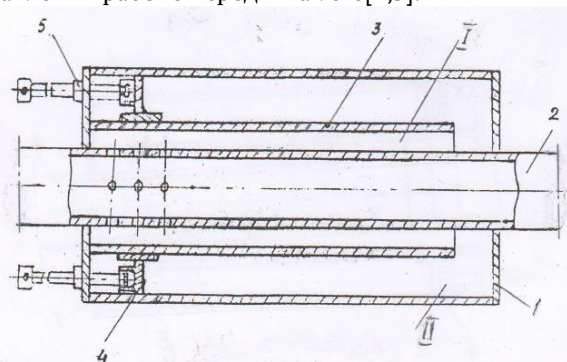
Колебаний давления в трубопроводных системах переработки нефти и ее фракций снижают надежность и долговечность трубопроводов, что снижает производительность установок гидрокрекинга.

Колебаний давления рабочей среды (тяжелые газойлы и другие нефтяные фракции) в трубопроводах оказывают прямое влияние на прочность и долговечность частей гидрокрекинговой установки - реакторов, сепараторов присоединенных к ним конструкций и оборудования. Кроме того, они приводят к преждевременному износу контрольно-измерительной аппаратуры и нарушению точности их показаний[3].

Исследованы негативные влияния волновых и вибрационных процессов возникшие в трубопроводных системах установки гидрокрекинга при следующих параметрах-давление рабочей среды- $5 \div 30$  МПа; температура- $330 \div 450$  °С; объемная скорость подачи сырья (отношение объема жидкого сырья поступающего в течении 1-ого часа, к объему катализатора определенному по насыпной массе)  $-0,3 \div 1,0$  Ч<sup>-1</sup>.

По результатам исследований для устранения и снижения пульсаций давления и уровня вибрации на трубопроводах установки гидрокрекинга разработан многорежимный стабилизатор пульсаций давления и расхода рабочей среды.

Установка разработанного стабилизатора близ участкам повышенного уровня вибрации трубопровода позволяет снизить пульсаций давления рабочей среды на 95%[4;5].



На рисунке показана конструктивная схема разработанного многорежимного стабилизатора, который содержит корпус 1, установленный в нем центральный перфорированный трубопровод 2, потрубок 3 установленный коаксально к центральной перфорированной трубе, одним концом жестко закрепленный на стенке корпуса и разделяющий корпус на две полости I и II, и перегородки 4 установленной в полости II и плотно прилегающий своими боковыми сторонами к наружной поверхности потрубка и внутренней поверхности корпуса с возможностью продвижения вдоль потрубка с помощью винтовой пары 5.

### Список литературы:

- [1] Ганиев Р.Ф. Нелинейные резонансы и катастрофы. Надежность безопасность и безшумность, М. Научно-издательский центр <<Регулярная и хаотическая динамика>>, 2013. С592.
- [2] Стабилизатор пульсаций давления А.С. СССР № 1161779// Оpubл. в Б.И. 1985. № 22.
- [3] Ганиев Р.Ф., Аветисян Г.Р. Исследование гидравлического удара в трубопроводных системах с низкочастотным стабилизатором колебаний давления. // Изв. АН. Арм ССР/сер ТН, 1985, т XXVIII, № 4. С.46-49.
- [4] Чарный И.А. Неустойчивые движения реальной жидкости в трубопроводах. М, Недра, 1975.
- [5] Стабилизатор колебаний давления. Патент РА № 2550А.

## Импульс давления в жидкости при коллапсе кавитационного пузырька в воде

Аганин А.А., Мустафин И.Н.

ИММ-обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Коллапс парогазовых пузырьков в жидкости обладает многими эффектами, представляющими значительный интерес. Одним из таких эффектов является излучение ударно-волновых импульсов, расходящихся в жидкости от поверхности пузырька. Такие импульсы могут на практике быть как вредными (способствуя кавитационному повреждению насосов, клапанов, мембран, лопаток гидротурбин и т.д.), так и полезными (способствуя очистке твердых поверхностей от загрязнений, интенсификации сонохимических реакций и т.д.).

В настоящей работе рассматривается эволюция такого импульса, возникающего в воде в результате коллапса кавитационного пузырька с начальным радиусом  $R_0 = 1$  мм в условиях экспериментов [1]: давление воды  $p_\infty = 1$  бар, температура  $T_\infty = 23^\circ\text{C}$ . Динамика пара и жидкости описывается уравнениями [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho r^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r^2)}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u r^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 r^2 + p r^2)}{\partial r} &= 2rp, \\ \frac{\partial(\rho e r^2)}{\partial t} + \frac{\partial[ur^2(\rho e + p)]}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

Здесь  $t$  – время,  $r$  – расстояние до центра пузырька,  $\rho$  – плотность,  $u$  – радиальная компонента вектора скорости,  $p$  – давление,  $e = U + u^2/2$ ,  $U$  – удельная внутренняя энергия,  $T$  – температура,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности. Используются уравнения состояния жидкости и пара вида  $p(\rho, T)$ ,  $U(\rho, T)$  из работы [3].

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} r=0: \quad u &= 0, \quad \partial T / \partial r = 0, \\ r=R: \quad \dot{R} &= u_L + j / \rho_L = u_G + j / \rho_G, \\ p_L &= p_G - 4\mu_L u_L / R - 2\sigma / R, \\ (\kappa \partial T / \partial r)_L &- (\kappa \partial T / \partial r)_G = jl(p_G), \quad T_L = T_G; \end{aligned}$$

$$r=r_\infty: \quad p = p_\infty, \quad T = T_\infty,$$

где точка сверху означает производную по времени,  $\mu_L$  – динамический коэффициент вязкости жидкости,  $\sigma$  – коэффициент поверхностного

натяжения,  $l$  – теплота парообразования,  $j$  – интенсивность фазовых превращений, отнесенная к единице времени и единице поверхности. Нижний индекс  $L$  ( $G$ ) относится к параметрам жидкости (пара). Интенсивность фазовых превращений определяется выражениями

$$\begin{aligned} j &= \frac{\alpha'}{\sqrt{2\pi R_G}} \left( \frac{p_s(T)}{\sqrt{T}} - \frac{\chi p_G}{\sqrt{T}} \right), \quad \Omega = \frac{j\sqrt{R_G T}}{\sqrt{2} p_G}, \\ \chi &= e^{-\Omega^2} - \Omega \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega e^{-x^2} dx \right) \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha'$  – коэффициент аккомодации,  $R_G$  – газовая постоянная пара,  $p_s(T)$  – давление насыщенного пара при температуре  $T$ .

Методика расчета основана на методе С.К. Годунова [4]. Неограниченная область жидкости  $R \leq r < \infty$  заменяется сферическим слоем  $R \leq r < R_{\text{ex}}$ , на внешней поверхности которого ставятся условия на бесконечности. Применяются подвижные сетки, связанные с поверхностью пузырька  $r = R$  и внешней границей жидкости  $r = R_{\text{ex}}$ . В пузырьке и жидкости используются сетки с ячейками, сгущающимися к поверхности пузырька по геометрической прогрессии, с числом ячеек  $N_G$  и  $N_L$  и размером примыкающих к поверхности пузырька ячеек  $\Delta r_G$  и  $\Delta r_L$ ,  $\Delta r_G = \alpha_G R / N_G$ ,  $\alpha_G = 0.02$ . Полагается  $\Delta r_L = \alpha \Delta r_G$ , где  $\alpha = 1$ .

Показано, что рассчитанный при  $N_G = 500$  и  $N_L = 128000$  временной профиль импульса на удалении 3 мм от центра пузырька удовлетворительно согласуется с соответствующими экспериментальными данными работы [1].

### Список литературы:

- [1] Lauterborn W., Kurz T. Physics of bubble oscillations // Rep. Prog. Phys. 2010. 73, 106501.
- [2] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014, Т. 458. № 3. С. 282-286.
- [3] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // Теплофизика высоких температур. 2011. № 2. С. 310-313.
- [4] Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. - М.: Наука. 1976. 400с.

## Деформации ударных волн в кавитационных пузырьках в ацетоне и тетрадекане

Аганин А.А., Халитова Т.Ф.

ИММ-обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

В работе [1] было выявлено, что внутри кавитационных пузырьков при коллапсе на режиме акустической кавитации дейтерированного ацетона можно добиться реализации термоядерных актов, тогда как в аналогичных экспериментах с водой этого не получалось. В работах [2–4] было показано, что для достижения такого сверхсжатия содержимого кавитационных пузырьков ацетон является намного предпочтительнее воды. Это обусловлено тем, что, с одной стороны, в пузырьках в ацетоне при их коллапсе значительно легче возникают ударные волны, а с другой, амплитуда малых деформаций поверхности пузырька нарастает к концу коллапса в случае ацетона намного меньше, чем в случае воды. В работах [5, 6] было продемонстрировано, что в отношении образования ударных волн в пузырьке при коллапсе и роста амплитуды его малой несферичности тетрадекан может оказаться еще более перспективным, чем ацетон.

Достижение сверхсжатия содержимого пузырьков зависит не только от того, образуется ударная волна в пузырьке или нет, и от того, насколько сильно несферическим будет пузырек в конце коллапса, но и от того, насколько близкой к сферической будет оставаться ударная волна в пузырьке в ходе своего схождения к центру пузырька. Чем больше несферичность ударной волны, тем меньше достигаемые степени сверхсжатия.

В настоящей работе представляются результаты исследований закономерностей роста амплитуды малой несферичности ударных волн, сходящихся к центру коллапсирующих кавитационных пузырьков в ацетоне и тетрадекане. Рассмотрены случаи ацетона с давлением 15 бар и температурой 273.15 К и тетрадекана с давлением 70 бар и температурой 663.15 К (начальный радиус пузырьков 0.5 мм). При таких условиях в сферически симметричном приближении уровни сверхвысоких значений термодинамических параметров (давления, температуры, плотности), достигаемых в конце коллапса пузырька на границе его малой центральной обла-

сти с радиусом  $r \approx 0.25$  мкм, оказываются сравнимыми. В принятой постановке задачи несферичность ударных волн в пузырьках возникает из-за наличия малой начальной несферичности пузырька, которая принимается в виде длинноволновых четных сферических гармоник. Используется математическая модель, являющаяся обобщением одномерной модели работ [2–6] на двумерный (осесимметричный) случай. В этой модели динамика жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики с учетом влияния теплопроводности обеих сред. Учитываются эффекты тепломассообмена на поверхности пузырька, применяются широкодиапазонные уравнения состояния жидкости и пара. Решение уравнений газовой динамики находится численно с применением модификации метода С.К. Годунова [7], имеющей второй порядок точности по пространству и времени, с использованием подвижных сеток с явным выделением поверхности пузырька.

### Список литературы:

- [1] Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // *Science*. 2002. V. 295. P. 1868.
- [2] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // *ДАН*. 2014. Т. 458. № 3. С. 282–286.
- [3] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Эволюция возмущений сферичности парового пузырька при его сверхсжатии // *ПМТФ*. 2014. Т. 55. № 3. С. 82–102.
- [4] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А. Эволюция возмущений сферичности пузырька при его сильном сжатии // *ДАН*. 2016. Т. 467, № 2. С. 168–172.
- [5] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Возможность реализации сверхсжатия кавитационного пузырька в тетрадекане // *ДАН*. 2018. Т. 481. № 6. С. 625–629.
- [6] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Экстремальная фокусировка энергии при ударном сжатии парового пузырька в углеводородных жидкостях // *ТВТ*. 2019. Т. 57. № 2. С. 253–261.
- [7] Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Расчет сильно-го сжатия сферического парогазового пузырька в жидкости // *Вычислительные технологии*. 2008. Т.13. №6. С. 54–64.

## Особенности устойчивости и акустических свойств перегретой жидкости с газовыми зародышами<sup>1</sup>

Агишева У.О., Галимзянов М.Н.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Пусть в жидкости, находящейся при температуре и давлении, имеются сферические пузырьки радиусом  $r$ , которые содержат пар и не растворимый в жидкой фазе газ. Данная система описывается уравнениями (1)–(12) из [1] и ниже используется терминология и обозначения, принятые в [1]. Стоит также отметить, что при состояниях, достаточно далеких от критического состояния, имеют место следующие условия согласно [2]. Рассмотрим распространение малых возмущений в парогазовой смеси в плоскооднородном и односкоростном приближении. Основная методика расчета была приведена в [1] и поэтому напомним лишь о том, что решение системы уравнений (1)–(12) из [1] будем искать в виде затухающей бегущей волны.

На рис. 1 представлены линии, полученные на основе (5) из [3], определяющие на плоскости  $(\alpha_0, a_0)$  границу раздела устойчивых и неустойчивых состояний перегретой воды с паровоздушными пузырьками находящимися при выше отмеченных трех значениях давления  $p_0 = 0.1, 1$  и  $10$  МПа ( $T_s(p_0) = 373, 453, 584$  К). Линии 1, 2 и 3 соответствуют следующим значениям величины перегрева  $\Delta T_0 = 0.1, 1$  и  $10$  К. Из рисунка видно, что эти линии состоят из двух участков: восходящего (сплошные линии) и нисходящего (пунктирные линии). На восходящем участке соответствующая массовая концентрация  $k_0$  пара растет. Причем для давлений  $p_0 = 1$  и  $10$  МПа для всех трех значений перегревов достигает значения  $k_0 = 1$  (на графиках эти положения отмечены жирными кружочками). Для случая  $p_0 = 0.1$  МПа при  $\Delta T_0 = 1$  К для объемных содержаний пузырьков, не превышающих десяти процентов ( $\alpha_0 \leq 0.1$ ), это значение для концентрации ( $k_0 = 1$ ) не достигается. На нисходящем участке массовая концентрация пара сохраняет свое постоянное значение ( $k_0 = 1$ ), то есть эти участки кривых соответствуют чисто для пароводяной пузырьковой системы. Отметим также, что этот участок (пунктирная линия) описывается формулой (6) из [3]. Зоны расположения вне кривых соответствуют устойчивым, а внутри – неустойчивым состояниям. В случае чисто паровых пузырьков, линии описываемые формулой (6) из [3] полностью определяют границу между устойчивыми и

неустойчивыми состояниями. Причем зоны расположенные правее этих линий соответствуют устойчивым, а левее неустойчивым состояниям. Из представленных кривых на этом рисунке следует, что величина объемного содержания парогазовых пузырьков слабо влияет на характер кривых, определяющих границу устойчивости.

Данная работа является продолжением исследований из [4] и расширяет знания об акустической устойчивости пузырьковых систем.

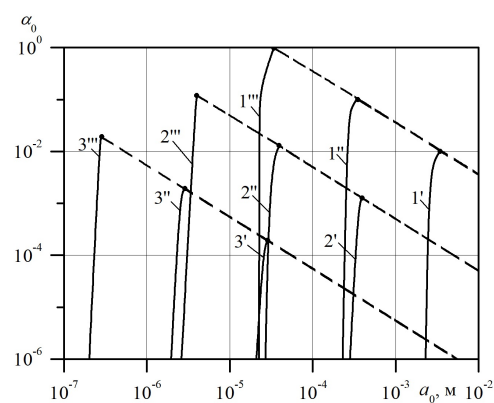


Рис. 1. Линии, определяющие на плоскости  $(\alpha_0, a_0)$  границу раздела устойчивых и неустойчивых состояний перегретой воды с паровоздушными пузырьками.

### Список литературы

- [1] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности отражения и прохождения акустических волн на границе «чистой» и пузырьковой жидкости при прямом их падении // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. № 1. С. 1–8.
- [2] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1, 2 М.: Наука, 1987. 360 с., 464 с.
- [3] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Особенности устойчивости и акустических свойств перегретой жидкости с газовыми зародышами при повышении давления // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. № 5. С. 748–754.
- [4] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Вдовенко И.И. Акустика и устойчивость перегретой жидкости с газовыми зародышами // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60. № 3. С. 85–95.

<sup>1</sup>Работа авторов поддержана средствами государственного бюджета по государственному заданию на 2019-2022 годы (№ 0246-2019-0052)

## Определение длины и радиуса концевой цилиндрического груза, сосредоточенного на конце стержня<sup>1</sup>

Аитбаева А.А.\*

\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфа

В настоящей работе рассматриваются свободные изгибные колебания однородного стержня. Левый конец стержня заделан, а на правом конце сосредоточен цилиндрический груз массой  $m_1$  и моментом инерции  $I_1$ . Размеры цилиндрического груза – длина  $h$  и радиус  $r_2$  считаются неизвестными, в качестве известных акустических данных используются собственные частоты колебания стержня. Цель работы: определить размеры концевой цилиндрического груза на конце стержня по собственным частотам его колебаний.

Поставленная задача сводится к следующей спектральной задаче [1]:

$$y^{(4)} = \lambda^4 y, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$y'''(1) - a_1 \lambda^4 y(1) = 0, y''(1) - a_2 \lambda^4 y'(1) = 0,$$

где  $a_1 = m/(\rho FL)$ ,  $a_2 = I_1/(\rho FL^3)$ , где  $\rho$ ,  $F$ ,  $L$  – плотность материала, площадь поперечного сечения, длина стержня соответственно,  $m$  – масса груза.

В ходе решения задачи найдены неизвестные параметры  $a_1$ ,  $a_2$ . С помощью известных формул определения массы и момента инерции толстостенного цилиндра, а также, зная коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$ , были получены формулы нахождения длины  $h$  и радиуса  $r_2$  груза:  $h = a_1^2 r_1^2 \rho L / (2a_2 \rho_1 L^2 - 2r_1^2 a_1 \rho_1)$ ,  $r_1 = ((2a_2 L^2 - r_1^2 a_1) / a_1)^{1/2}$ ,

где  $\rho_1$  – плотность материала груза,  $r_1$  – радиус стержня (внутренний радиус цилиндрического груза).

Наиболее близкими к задаче работами являются [2] – [4]. Эти работы посвящены задачам идентификации вида и параметров закрепления стержней и балок. Здесь же разобран частный случай условия закрепления стержня с грузом на конце, а именно цилиндрической формы, который еще не рассматривался.

### Список литературы:

- [1] Колатц Л. Задачи на собственные значения (с техническими приложениями). М.: Наука, 1968. 504 с.
- [2] Ахтямов А.М. Теория идентификации краевых условий и ее приложения. М.: Физматлит, 2009. 272 с.
- [3] Ахтямов А.М., Урманчеев С.Ф. Определение параметров твердого тела, прикрепленного к одному из концов балки, по собственным частотам колебаний // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. XI, No 4. С. 19–24.
- [4] Akhtyamov A.M., Mouftakhov A.V. Identification of boundary conditions using natural frequencies // Inverse Problems in Science and Engineering. 2004. Vol. 12, No. 4. P. 393–408.
- [5] Аитбаева А.А. Математическое моделирование и идентификация вида и параметров закрепления конца стержня по собственным частотам его колебаний: дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. Уфим. гос. авиац. университет, Уфа, 2018. 95 с.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта Республики Башкортостан молодым ученым 2020 года №20ГР

## Изменение структуры ударных волн в насыпных средах при переотражении<sup>1</sup>

Ахметов А.Т.<sup>\*</sup>, Азаматов М.А.<sup>\*\*</sup>, Мухаметзянов А.Ф.<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

<sup>\*\*</sup>Салым Петролеум Девелопмент Н.В., Москва

<sup>\*\*\*</sup>УГНТУ, Уфа

В ходе проведения экспериментов, направленных на исследование распространения ударных волн в газоводонасыщенных насыпных средах установлены изменения в структуре эпюра давления переотраженных и проходящих в насыпную среду волн. Ударная труба [1] состоит из трех секций: камера высокого давления (КВД), камера низкого давления (КНД) и секция насыпных сред (СНС). Труба оснащена пьезоэлектрическими датчиками и системой L-Card для регистрации данных ПК. Использовались три датчика, первый – установлен на стенке трубы в КНД на расстоянии 13 калибров от диафрагмы, регистрирует профиль сформировавшейся ударной волны. Второй – на стенке СНС на глубине 2 см от уровня насыпки (расстояние до дна секции 243мм), третий – на дне СНС. В КВД производится плавный напуск газа через электромагнитный клапан. Давление разрыва диафрагмы, регистрируется тензометрическим датчиком. В качестве насыпных сред использовались: стеклянные шарики и песок. Распространение ударных волн изучалось в указанных средах при различной степени водонасыщенности (от 0 до 100%).

После разрыва диафрагмы, происходит формирование ударной волны, которая падает на поверхность насыпной среды, формируется отраженная волна и проходящая. Отраженная волна идет вверх, отражается от верхнего торца трубы и вновь распространяется вниз до поверхности насыпки, далее процесс повторяется. По показаниям датчиков были записаны эпюры давления на ПК. Анализ эпюры давления позволил установить следующие особенности:

1. После первого отражения на импульсе появляются осцилляции, порядка 30% от амплитуды импульса.

2. При падении на поверхность насыпки переотраженной волны, импульс на втором датчике, после прохождения слоя насыпки 2 см,

полого нарастает, на заднем фронте импульса формируется резкий пик. Его амплитуда на треть превышает амплитуду, полученную от исходной волны.

3. На донном датчике импульс имеет треугольную форму и остаточное давление. После падения переотраженной волны форма импульса практически повторяется, но амплитуда и остаточное давление удваивается.

4. Скорость распространения волны носит условный характер и соответствует времени между началом плавного нарастания на датчике №2 и резкому росту на датчике №3 - составляет 70 м/с. В то время, как при падении исходной волны скорость распространения была 233 м/с.

5. Второе переотражение дает похожую картину с меньшими амплитудами и еще более меньшей скоростью.

Описанная картина для сухих насыпок из стеклянных шариков и песка идентичны.

При наличии воды в порах песчаной насыпки эффект усиления переотраженной волны в слое песка (второй датчик) исчезает. В то время как в насыпке из стеклянных шариков некоторое усиление наблюдается.

При 100% водонасыщенности эпюры датчиков №1 и №2 от падающей и переотраженной волн различаются незначительно. Донный датчик дает подъем уровня сигнала и небольшой импульс.

При дегазации водонасыщенной насыпки как в шариках, так и в песке донный датчик повторяет показания второго датчика.

Можно отметить, что наиболее сильное изменение структуры импульсов проходящих через насыпную среду первичной и вторичной (переотраженной) волн наблюдается в сухих насыпках.

### Список литературы:

- [1] Ахметов А.Т., Лукин С.В., Балапанов Д.М., Урманчеев С.Ф., Гумеров Н.М., Яхин И.К. Особенности распространения волн в песке при различной насыщенности // Труды ИМех УНЦ РАН, 2011, Уфа. – Вып. 8. – С. 24-373



## Синхронизация подмоделей пластовых систем в рамках механики многофазных сред

Байков В.А.\*,\*\*, Коновалова С.И.\*, Рыкус М.В.\*, Абдрашитов К.Х.\*, Байков И.В.\*, Сакаев Р.Ф.\*

\* ООО «РН-БашНИПинефть», Уфа

\*\*ГОУ ВПО УГАТУ, Уфа

Представлена методика построения и адаптации цифровой 3D модели месторождения, параметры которой согласованы с фактическими данными эксплуатации скважин и исходной геолого-геофизической информацией.

Продуктивные пласты объекта моделирования представляют собой терригенные отложения с глинисто-карбонатным цементом, а также первичные карбонатные отложения. Глинистость и карбонатность горных пород вводятся через нормированные значения стандартных методов ГИС: гамма каротажа и нейтронного гамма каротажа. При построении петрофизической модели использовались следующие многопараметрические зависимости, связывающие фильтрационно-емкостные свойства горных пород с содержанием глинистого и карбонатного цемента:

$$\varphi = \frac{1}{a + e \sqrt{\frac{A_{ГК}^2 + A_{НГК}^2}{A^2 + B^2} + c}},$$

$$S_w^* = e^{a_1 \left( \frac{A_{ГК}^2 + A_{НГК}^2}{A^2 + B^2} \right) + b_1 \sqrt{\frac{A_{ГК}^2 + A_{НГК}^2}{A^2 + B^2} + c_1}},$$

$$K = D \varphi^n \left( \frac{S_w^*}{1 - S_w^*} \right)^{-l},$$

где  $\varphi$  – пористость, д.е.,  $S_w^*$  – остаточная водонасыщенность, д.е.,  $K$  – проницаемость, мД,  $A_{ГК}$  – двойной разностный параметр гамма каротажа,  $A_{НГК}$  – двойной разностный параметр нейтронного гамма каротажа,  $A, B, a, b, c, a_1, b_1, c_1, D, n, l$  – параметры, определенные по данным эксплуатации скважин и данным керна с учетом выделенных типов фаций.

Для надежного прогноза распределения петрофизических свойств и корректного моделирования литологии была построена фациальная модель для терригенного коллектора. Применялась методика распознавания форм диаграмм гамма каротажа на основе машинного обучения на экспертной выборке данных с последующим использованием нейронных сетей. Параметры петрофизических зависимостей определены для каждого типа фаций.

Для распространения геологических особенностей коллекторов при построении 3D геологической модели применяется моделирова-

ние геофизических полей с учетом выделенных типов фаций, которые в дальнейшем интерпретируются с помощью петрофизических зависимостей. Преимуществом моделирования геофизических полей являются возможность непосредственной интеграции петрофизических зависимостей в гидродинамическую модель.

В процессе адаптации 3D цифровой геолого-гидродинамической модели месторождения проведено согласованное варьирование петрофизических, геологических и гидродинамических параметров. В качестве целевой функции, являющейся мерой близости настраиваемой модели к фактическим данным разработки, была выбрана суммарная невязка дебитов скважин за все время. Достигнута удовлетворительная интегральная сходимость за минимальное число итераций.

Представленная методика позволяет согласованно учитывать геолого-геофизическую и промысловую информацию на ранних этапах моделирования для определения ФЕС, непосредственно интегрировать петрофизические зависимости в гидродинамическую модель и автоматизировать процессы адаптации модели.

Замыкающие соотношения в системе уравнений фильтрации обеспечивают синхронную корректировку параметров петрофизической, геологической и гидродинамической подмоделей при автоматической адаптации на историю разработки.

Распознавание фаций методами машинного обучения дает возможность оперативного выделения разнофациальных тел с распространением ФЕС в пределах границ фаций, что обеспечивает пространственный контроль геологической неоднородности объектов разработки и обоснованную с геологической точки зрения адаптацию на историю разработки.

Синхронизация подмоделей с автоматическим распознаванием фаций позволяет сократить время построения, минимизировать ошибки при адаптации и повысить уровень прогнозной способности геолого-гидродинамических моделей.



## Исследование локальных характеристик газожидкостного течения в прямоугольных микроканалах методом LIF<sup>1</sup>

Барткус Г.В.<sup>\*\*\*</sup>, Кузнецов В.В.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>ИТ СО РАН, Новосибирск

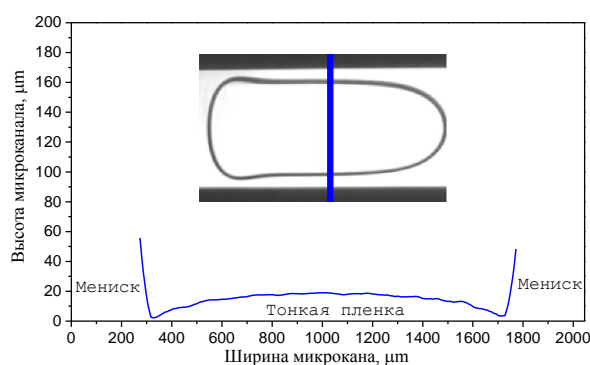
<sup>\*\*</sup>НГУ, Новосибирск

Микрожидкостные устройства являются мощным инструментом для развития эффективных, ресурсосберегающих и экологичных процессов. В данных устройствах реализуется высокое отношение поверхности к объему и возникает широкий спектр явлений, которые мало изучены [1]. Для их проектирования необходима информация о локальных характеристиках течения, потерях давления и взаимосвязи гидродинамики и процессов теплообмена на микромасштабе.

Работа посвящена исследованию детальной структуры двухфазного газожидкостного течения на микромасштабе и направлена на определение локальных характеристик течения методом LIF (Laser-Induced Fluorescence). Данный метод является бесконтактным и имеет высокое пространственное и временное разрешение, что позволило получить распределение фаз внутри прямоугольного микроканала, определить зоны менисков и локальную толщину пленки жидкости [2]. В каналах с прямоугольным сечением наблюдается существенная деформация пленки жидкости в окрестности углов канала и происходит образование тонкой пленки жидкости на длинной стороне микроканала, которая может приводить к значительной интенсификации теплообмена при кипении движущейся жидкости. Данный факт является значимыми при разработке перспективных двухфазных микроканальных теплообменников.

В рамках данной работы проведены эксперименты по высокоскоростной визуализации газожидкостного течения в коротких каналах с разным соотношением сторон 1:10 и 1:5 (200x2045 и 200x1000 мкм) при

течении смеси этанол-азот, построены карты режимов течения. Проработана методика измерения методом LIF и проведена его калибровка. С использованием метода LIF получены зависимости толщины пленки жидкости от расхода газовой и жидкой фаз, геометрии канала; показана неравномерность распределения толщины пленки жидкости в поперечном сечении канала, проведено сравнение с известными в литературе зависимостями [3, 4].



### Список литературы:

- [1] Choi C. W., Yu D. I., Kim M. H. Adiabatic two-phase flow in rectangular microchannels with different aspect ratios: Part I—Flow pattern, pressure drop and void fraction // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2011. Vol. 54, No. 1-3. P. 616-624.
- [2] Барткус Г. В., Кузнецов В. В. Экспериментальное изучение детальной структуры газожидкостного течения в прямоугольном микроканале // Сибирский физический журнал. 2016. Т. 11. №. 1. С. 73-79.
- [3] Fries D. M., Trachsel F., Rudolf von Rohr P. Segmented gas-liquid flow characterization in rectangular microchannels // International Journal of Multiphase Flow. 2008. Vol. 34, No. 12. P. 1108-1118.
- [4] Aussillous P., Quéré D. Quick deposition of a fluid on the wall of a tube // Physics of fluids. 2000. Vol. 12, No. 10. P. 2367-2371.

<sup>1</sup> РФФИ 18-08-01282, РФФИ 19-38-90255

## Об отражении ударной волны от гранулированного слоя средней концентрации

Баширова К.И.\* , Михайленко К.И.\*\*

\*Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

\*\*Институт механики им. Р.Р.Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Ударные трубы почти полтора века являются эффективной самостоятельной экспериментальной установкой для проведения исследования распространения и поглощения ударных волн. К настоящему времени на ударных трубах проведено огромное количество экспериментальных исследований. Часть подобных исследований коррелирована с численным и аналитическим анализом прохождения волны через пузырьковую систему [1]. В других работах изучалось влияние распределения газа на ослабление воздействия волны на стенку [2]. Известны работы [3] в которых проводится численный анализ прохождения и рассеяния волн в пузырьковом слое. В таких работах показывается существенное рассеяние вблизи собственных частот пузырьков, а также нелинейные эффекты волны даже при незначительных амплитудах.

В настоящей работе представлены основанные на трехмерном вычислительном эксперименте исследования поведения ударной волны в слое легких упругих гранулированных частиц с концентрацией, не достигающей предельной. В качестве инструмента моделирования был использован пакет OpenFOAM — свободно распространяемое ПО, предназначенное в том числе для решения задач механики сплошной среды, методами конечного объема.

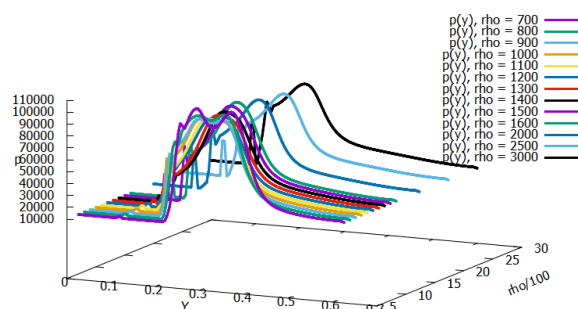
Исследуется нижняя часть ударной трубы длиной 60 см, нижние 10 см заполнены мелкодисперсной средой с объемным содержанием 0.2. Плотность гранул варьировалась в диапазоне от 600 до 3000 кг/м<sup>3</sup>. Частицы монодисперсные сферические диаметром  $3 \cdot 10^{-8}$  м.

На границах ударной трубы поставлено условие проскальзывания. Начальные условия заданы описанной выше концентрацией и распределением давления, более высоким ( $10^5$  Па) в области верхних 10 см и  $10^4$  Па в остальной области.

Для решения поставленной задачи использован решатель twoPhaseEulerFoam. Таким образом дисперсная и газовая фазы описываются взаимопроницаемыми континуальными моделями. Та-

кой подход оправдан, так как описание гранулированной среды с использованием мелкодисперсной разностной сетки с соответствующими условиями на границе кадой гранулы оказывается чрезвычайно затратно [4].

На рисунке представлены эпюры давления по оси ударной трубы для ряда значений полной плотности гранулированной среды в некоторый момент времени после отражения ударной волны ( $t = 0.0015$  с).



Из графиков можно видеть, что отраженная волна успевает пробежать тем большее расстояние, чем меньше плотность гранулированной среды. Кроме того следует отметить, что для случая отражения от наиболее легких гранул, волна формирует два пика. Подобное поведение следует объяснить подвижностью гранулированной среды тем большей, чем легче составляющие её частицы.

### Список литературы

- [1] Кедринский В.К. Ударные волны в жидкости с пузырьками газа // ФГВ. 1980. Т. 16, № 5. С. 14-25.
- [2] Shock waves in bubbly water / B.R. Parkin, F.R. Gilmore, H.L. Brode // Memorandum RM-2795-PR. Abridged. 1961.
- [3] Губайдуллин А.А., Кутрунов А.В., Рустюмова О.Ш., Яковлева Т.Н. Некоторые вопросы волновой динамики жидкости с пузырьками газа // В сб.: Итоги исследований. Тюмень, 1994. С. 23-31.
- [4] Баширова К.И., Михайленко К.И. Трехмерное моделирование ударной трубы в пакете OpenFOAM // Вестник Башкирского университета. 2018. Т. 23, № 3. С. 621-626.

## Исследование дробно-дифференциальной модели однофазной фильтрации с потенциалом Рисса

Белевцов Н.С., Лукашук С.Ю.

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Математическое моделирование фильтрационных процессов с использованием дробного интегро-дифференцирования [1] имеет актуальное значение для моделирования течения флюидов в сложных неоднородных нефтегазоносных пластах с естественной и техногенной трещиноватостью. Результаты такого моделирования играют важную роль при прогнозировании освоения залежей трудноизвлекаемых запасов углеводородов. При этом математические модели фильтрации с дробными производными по пространственным переменным, которые позволяют более естественным образом описывать процессы течения в трещиновато-пористых пластах с эффектами дальнего взаимодействия, существенно менее изучены, чем модели с дробными производными по времени, учитывающие эффекты степенной памяти.

Для построения модели многофазной фильтрации используется дробно-дифференциальное обобщение закона Дарси с потенциалом Рисса:

$$\mathbf{u}_l = -\frac{k_\alpha k_{rl}}{\mu_l} \nabla (R^\alpha p_l), \quad \alpha \in (0, 1),$$

где  $\mathbf{u}_l$  – вектор скорости фильтрации фазы  $l$ ,  $\mu_l$  – вязкость фазы  $l$ ,  $k_\alpha$  – дробно-дифференциальный аналог проницаемости пористой среды,  $k_{rl}$  – относительная фазовая проницаемость для фазы  $l$ ,  $p_l$  – давление фазы  $l$ ,  $t$  – время, а  $R^\alpha$  – потенциал Рисса [1]. Подобный закон Дарси используется, например, в работе [2].

Рассматривается частный случай плоского радиального течения  $p_l = p_l(t, r)$ , актуальный при исследовании особенностей течения флюидов в прискважинной зоне, при котором потенциал Рисса, в соответствии с работой [3], допускает одномерное представление:

$$R^\alpha p_l(t, r) = 2^{-\alpha} \left[ I_{0+}^{\alpha/2} s^{-\frac{\alpha}{2}} I_-^{\alpha/2} p_l(t, s) \right] (r^2),$$

где  $I_{0+}^{\alpha/2} f(s)$ ,  $I_-^{\alpha/2} f(s)$  – левосторонний и правосторонний дробные интегралы Римана-Лиувилля [1].

Подстановка предложенного закона Дарси в уравнения массового баланса приводит к многомерной модели фильтрации с потенциалом Рисса. В данной работе рассматривается случай однофазной фильтрации и модель принимает вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla [f(p, r) \nabla (R^\alpha p)] + q,$$

где  $q$  – плотность объемных источников.

Рассматриваются различные постановки начально-краевых задач представленной модели, актуальные для практического применения. Обсуждаются вопросы построения аналитических решений соответствующих начально-краевых задач.

Показано, что при  $f(p, r) = const$ , применение метода разделения переменных ( $p(t, r) = T(t)w(r)$ ) к представленной выше модели приводит к задаче типа Штурма-Лиувилля для дробно-дифференциального обобщения модифицированного уравнения Бесселя:

$$r^2 \frac{d^2}{dr^2} (R^\alpha w(r)) - r \frac{\partial}{\partial r} (R^\alpha w(r)) - \lambda^2 r^2 w(r) = 0.$$

Обсуждаются вопросы построения фундаментального решения рассматриваемой модели. Показано, что для частных случаев модели однофазной фильтрации с потенциалом Рисса, представляющих собой дробно-дифференциальные обобщения уравнений Пуассона и Гельмгольца, фундаментальные решения представляются через функции Фокса [4].

Рассматриваются автомодельные решения предложенной модели, которые могут быть построены с использованием интегрального преобразования Меллина и записаны в виде контурного интеграла Меллина-Барнса, что также допускает их возможное представление через функции Фокса.

Обсуждаются физические особенности фильтрационных течений, соответствующих построенным решениям.

### Список литературы

- [1] Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
- [2] Caffarelli L., Vazquez J.L. Nonlinear porous medium flow with fractional potential pressure // Archive for Rational Mechanics and Analysis. 2011. Vol. 202, No. 2. P. 537–565.
- [3] Рубин Б.С. Одномерное представление, обращение и некоторые свойства потенциалов Рисса от радиальных функций // Математические заметки. 1983. Т. 34. С. 521–533.
- [4] Kilbas A.A., Saigo M. H-transforms: Theory and Applications. London: CRC Press, 2004. 398 p.

## Численное моделирование процесса образования гидрата при продувке холодного газа через слой снега<sup>1</sup>

Белова С.В.<sup>\*</sup>, Чиглинцева А.С.<sup>\*\*</sup>, Дударева О.В.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> БФ БашГУ, Бирск

<sup>\*\*</sup> ООО «РН-БашНИПинефть», Уфа

Открытие природных газогидратов, их высокая энергоёмкость, экологическая значимость стимулировали огромный интерес исследователей всего мира к газогидратной тематике [1].

Данная отрасль перспективна в технологиях хранения и транспортировки газа в газогидратном состоянии, которые позволят утилизировать попутный и нефтяной газ непосредственно на промыслах, а также хранить и транспортировать радиоактивные и парниковые газы, обеспечат беструбную газификацию, увеличат концентрацию хранения газа и его компактность [2]. В естественных условиях, например, в подземных залежах, можно создать хранилища, в которых будет законсервирован газ достаточно больших объёмов, чем в резервуарах с «чистым» газом.

В работе построена математическая модель продувки холодного газа через снежный массив частично насыщенный тем же газом, сопровождаемая образованием гидрата. Принято, что интенсивность гидратообразования лимитируется диффузией газа через гидратный слой, образующийся на границе контакта газ-лед. Исследовано образование гидрата по равновесной схеме, когда коэффициент диффузии стремится к бесконечности. Физически это означает, что существует некоторое критическое значение приведенного коэффициента диффузии, зависящее от свойств системы, при котором реализуется равновесный режим. Выполнена оценка критического приведенного коэффициента диффузии с учетом свойств системы в режиме гидратообразования, близком к равновесному [3–6].

Проведено численное моделирование процесса образования газогидрата при продувке холодного газа через снежный массив. На основе этого получены распределения давления, температуры и гидратонасыщенности снежного

массива по диффузионному и равновесному режиму гидратообразования. Исследовано влияние начальных параметров снежного массива, в частности проницаемости и начальных температур, а также условий продувки на эволюцию таких распределений. Отметим, что с уменьшением проницаемости массива образование гидрата происходит интенсивнее, что связано с увеличением удельной поверхности контакта газа с ледяными частицами. Выявлено, что чем ниже температура снежного массива, тем более интенсивным является переход снега в гидратное состояние. Установлено, что в равновесном режиме гидратообразования процесс накопления гидратной массы происходит более интенсивно, чем при неравновесном режиме.

### Список литературы:

- [1] Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М.: Недра, 1992. 236 с.
- [2] Kuhs W. F., Staykova D. K., and Salamatin A. N. Formation of methane hydrate from polydisperse ice powders // J. Phys. Chem. B. 2006. Vol. 110, No. 26. Pp. 13283–13295
- [3] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Нагнетание холодного газа в снежный массив, частично насыщенный газом, сопровождаемое гидратообразованием // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 5 С. 2262–2268.
- [4] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Задача об образовании гидрата в слое снега при нагнетании холодного газа // Математическая физика и компьютерное моделирование 2018. Т. 21. № 6. С. 58–72.
- [5] Belova S.V., Chiglintseva A.S., Khasanov M.K., Shagapov V.S., Dudareva O.V. Simulation of CH<sub>4</sub> recovery from hydrate deposits by injection of CO<sub>2</sub>// Thermal Science. 2019. Vol. 23, No. S2. P. S447–S454.
- [6] Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималдинов И.К., Столповский М.В. Численное моделирование образования газогидрата в пористом пласте конечной протяженности при продувке его газом // Прикладная механика и техническая физика 2011. Т. 52. № 4 (308). С. 116–126.

<sup>1</sup> Исследование поддержано грантом Президента РФ для гос. поддержки молодых российских ученых – докторов наук № МД-2179.20202.1 «Теоретические основы процессов образования и разложения газовых гидратов в природе и технологиях»

## Образование и распространение ГРП в градиентном фильтрационном поле<sup>1</sup>

Беляков Г.В., Таирова А.А., Юдочкин Н.А., Молокоедов А.С.

ИДГ РАН им. М.А. Садовского, Москва

Метод гидравлического разрыва пласта (ГРП) является наиболее распространенным при интенсификации добычи нефти. В породе вдоль нефтяного пласта образуют трещину, которая распространяется на значительные расстояния от скважины. Трещина раскрывает обширные поверхности нефтяного пласта, через которые под действием горного давления просачивается пластовая нефть. Чтобы предотвратить смыкание образованных поверхностей, вместе с жидкостью в трещину вводят твердые частицы, которые в совокупности по всей длине образуют хорошо проницаемый для добываемой нефти канал, а также увеличивают ее длину. Проблемы создания трещины ГРП [1], ее геометрии [2] и последующего заполнения твердыми частицами [3] актуальны в наши дни, т.к. данным методом добывается около трети углеводородов.

Для решения проблемы образования и распространения трещины была создана оригинальная лабораторная установка. Основная ее часть состояла из оптически прозрачной ячейки типа Хеле-Шоу прямоугольной формы, располагавшейся горизонтально. На одной из пластин располагались входное и выходное отверстия. Пространство между стеклами было заполнено сжатой пористой средой. В этой прослойке от входного до выходного отверстий заранее делался разрез, моделировавший мини ГРП, и пористый материал соединялся встык. Сжатие имитировало собой «горное» давление. Далее через входное отверстие в ячейку нагнеталась жидкость. Нагнетаемое давление фиксировалось манометром (преобразователем давления). Картина образования и распространения трещины записывалась на кинокамеру. Жидкость, прошедшая через

ячейку, удалялась через выходное отверстие.

Эксперименты проводились при различных давлениях нагнетания жидкости и сжатия пористого материала, что влияло на процесс образования и распространения трещины. При сильном сжатии пористого материала (почти 10 раз) и низком давлении происходила только лишь фильтрация жидкости без образования трещины. При сжатии примерно в 5 раз и менее под давлением жидкости поверхности стенок вдоль разреза раздвигаются, тем самым образуя трещину.

Также эксперименты проводились с пористой непроницаемой средой. Эксперимент показал, что отсутствие фильтрации жидкости в пористую среду не влияет на процесс образования и распространения трещины.

Механические параметры свойств сред представленных в экспериментах были измерены в отдельных опытах.

В ходе экспериментов были измерены скорости фильтрации жидкости и скорость распространения трещины. Получена зависимость проницаемости среды от «горного» давления.

### Список литературы:

- [1] Ивашев О.Е., Смирнов Н.Н. Формирование трещины гидроразрыва в пористой среде // Вест. Московского ун-та. Матем. Мех. 2003. №6. С. 28-26.
- [2] Астафьев В.И. Асимптотический анализ процесса развития трещины гидравлического разрыва пласта // Вест. Самарского гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. 2010. № 5(21). С. 105-116
- [3] Барышников Н.А., Беляков Г.В., Притула И.И., Таирова А.А., Турунтаев С.Б. Осаждение частиц в каналах с проницаемыми стенками // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 4. С. 107–117.

<sup>1</sup> Финансирование работы проект РФФИ № 20-35-80028

## О режиме грунтовых вод при фильтрации из каналов в почвенном слое с нижележащим напорным горизонтом

Береславский Э. Н., Мкртчян Б. А.

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации, Санкт-Петербург

При рассмотрении течений из каналов, как правило, предполагается [1-5], что фильтрация происходит только через их дно, которое обычно принимается за горизонтальный отрезок. Учет же влияния уровня воды в каналах, то есть исследование движения не только через дно, но и через откосы каналов вносит в физическую область дополнительную угловую особую точку, что существенно осложняет решение задачи. В настоящей работе разработанный ранее [6] способ применяется для изучения режима грунтовых вод при фильтрации из подобных каналов, заполненных водой, при наличии испарения со свободной поверхности.

В рамках теории плоской установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси рассматривается течение из канала прямоугольного сечения ширины  $2l$  с уровнем воды  $H$  в почвенном слое мощности  $T$ , подстилаемом хорошо проницаемым напорным горизонтом относительно высокой проницаемости, напор в котором равен  $H_0$  ( $0 < H_0 < T$ ), при наличии равномерного испарения интенсивности  $\varepsilon$  ( $0 < \varepsilon < 1$ ) со свободной поверхности.

Для исследования течения формулируется смешанная краевая многопараметрическая задача теории аналитических функций, которая решается с помощью метода П.Я. Полубариновой-Кочиной [1-5], основанного на применении аналитической теории линейных дифференциальных уравнений класса Фукса [7], а также способа интегрирования подобных уравнений с четырьмя регулярными особыми точками [8-10], характерных для задач подземной гидромеханики [11-15]. Следует отметить, что учет специфических особенностей рассматриваемых движений позволяет получить решения задач в замкнутой форме через элементарные функции, что делает его использование наиболее простым, удобным и эффективным.

На базе рассматриваемой модели разработан алгоритм расчета размеров зоны насыщения, а также искомого фильтрационного расхода в случае, когда при фильтрации из каналов приходится оценивать совместное влияние на картину таких важных фильтрационных факторов как мощность пласта и подпор со стороны нижележащего напорного горизонта относительно высокой проницаемости, ширины канала и уровня воды в нем, и испарения со свободной поверхности грунтовых вод.

На основе полученных точных аналитических зависимостей и посредством численных расчетов проводится гидродинамический анализ

влияния всех указанных физических параметров исследуемой модели. Дается сопоставление результатов математического моделирования при одинаковых фильтрационных характеристиках на картину течения в случае, когда  $H=0$ , то есть при фильтрации только через дно каналов.

### Список литературы

- [1] Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Гостехиздат, 1952. 676 с.; 2-е издание М.: Наука, 1977. 664 с.
- [2] Аравин В. И., Нумеров С.Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М.: Гостехиздат, 1953. 616 с.
- [3] Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967). М.: Наука, 1969. 545 с.
- [4] Михайлов Г.К., Николаевский В.Н. Движение жидкостей и газов в пористых средах // Механика в СССР за 50 лет. М.: Наука, 1970. Т.2. С.585-648.
- [5] Кочина П.Я. Гидродинамика и теория фильтрации. Избранные труды. М.: Наука, 1991. 351 с.
- [6] Береславский Э.Н. О применении уравнений класса Фукса для расчета фильтрации из каналов и оросителей // Прикладная математика и механика. 2013. Т.77. Выпуск.5. С. 711-724.
- [7] Голубев В.В. Лекции по аналитической теории линейных дифференциальных уравнений. М.:Л. Гостехиздат, 1950. 436 с.
- [8] Береславский Э. Н. Об интегрировании в замкнутой форме одного класса фуксовых уравнений и его приложения // Дифференциальные уравнения. 1989. Т.25. №6. С. 1048-1050.
- [9] Береславский Э. Н. О дифференциальных уравнениях класса Фукса, связанных с конформным отображением круговых многоугольников в полярных сетках // Дифференциальные уравнения. 1997. Т.33. №3. С. 296-301.
- [10] Береславский Э.Н. Об учете инфильтрации или испарения со свободной поверхности методом круговых многоугольников // Прикладная математика и механика. 2010. Т.74. Выпуск.2. С. 239-251.
- [11] Береславский Э.Н., Кочина П.Я. О некоторых уравнениях класса Фукса в гидро-аэродинамике // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1992. №5. С.3-7.
- [12] Береславский Э.Н., Кочина П.Я. О дифференциальных уравнениях класса Фукса, встречающихся в некоторых задачах механики жидкостей и газов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1997. №5. С.9-17.
- [13] Береславский Э.Н., Кочина П.Я., Кочина Н.Н. Аналитическая теория линейных дифференциальных уравнений класса Фукса и некоторые задачи подземной гидромеханики. Препринт №567 И.1.М.: Институт проблем механики Российской академии наук, 1996. 122 с.
- [14] Береславский Э.Н. Моделирование фильтрационных течений из каналов // Доклады российской академии наук. 2010. Т.34. №4. С.472-475.
- [15] Береславский Э.Н. Моделирование фильтрационных течений из каналов // Прикладная математика и механика. 2011. Т.75. Выпуск.4. С. 563-571.

## Моделирование динамики распределения пузырьков по сечению канала. Методы дельта-аппроксимации и Population Balance Equation<sup>1</sup>

Богатко Т.В.\*, Лобанов П.Д.\*, Пахомов М.А.\*, Das P.K.\*\*

\*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

\*\*Indian Institute of Technology Kharagpur, Kharagpur, India

Турбулентные пузырьковые течения в вертикальных трубах или каналах часто применяются в химической, атомной, в теплоэнергетике и в других практических приложениях. Ключевую роль в понимании физических механизмов влияющих на распределение газовых пузырьков по сечению канала или трубы оказывают их диаметр и концентрация. Сложность математического описания таких течений связана с необходимостью учета большого количества факторов различной физической природы и различных масштабов: турбулентность несущей среды, межфазное взаимодействие, процессы дробления и коалесценции.

В работе представлены результаты моделирования структуры течения, распределения воздушных пузырьков по сечению трубы в вертикальном полидисперсном газожидкостном потоке с использованием двух подходов: методов баланса популяции (Population Balance Equation-PBE) [1] и дельта-аппроксимации [2]. Метод PBE является одним из наиболее информативных методов описания динамики пузырьков в полидисперсных течениях на сегодняшний момент. Эта модель дополняется уравнениями неразрывности и баланса импульса и широко используется в эйлеровых методах различными авторами. Одним из способов решения PBE является расчет с использованием разбиения всех пузырьков на несколько классов по размерам и (или) скоростям. В этом подходе уравнения баланса массы и импульса решаются для каждой «монодисперсной» группы с учетом процессов дробления и коалесценции пузырьков, что приводит к нелинейному росту вычислительного времени при увеличении числа групп. С целью уменьшения времени счета используются допущения о том, что несколько фракций пузырьков [2,3] или даже, что все группы пузырьков [1] имеют одинаковую скорость.

Другим способом моделирования эволюции спектра дисперсных частиц по размерам является

метод  $\delta$ -функций. Авторами [4] данный способ был модифицирован для эйлерова описания пузырьковых турбулентных течений. В [4] показано, что способ  $\delta$ -аппроксимации является эффективным при описании полидисперсных пузырьковых течений с учетом коалесценции и дробления и требует небольшого числа групп при разбиении спектра по размерам по сравнению PBE подходом. В [3] для получения достоверных результатов было использовано более 20 групп пузырьков. В [4] оказалось достаточным использовать от 4-х до 6-ти групп частиц.

Математические модели авторов модель основаны на использовании эйлерова описания с учетом обратного влияния пузырьков на осредненные характеристики и турбулентность несущей фазы. Полидисперсность двухфазного течения описывается методом дельта-аппроксимации и PBE с учетом процесса дробления и коалесценции пузырьков. Турбулентность несущей фазы рассчитывается с применением как уравнений переноса рейнольдсовых напряжений, так и с использованием  $k$ - $\epsilon$  модели. Результаты моделирования показали хорошее согласие с экспериментальными и численными данными других работ.

### Список литературы:

- [1] Das A.K., Das P.K., Thome J.R. Transition of bubbly flow in vertical tubes: new criteria through CFD simulation // ASME Journal Fluids Engineering, 2009. Vol. 131. Paper 091303. 12 pages.
- [2] Pakhomov M.A., Terekhov V.I.. Modeling of flow structure, bubble distribution, and heat transfer in polydispersed turbulent bubbly flow using the method of delta function approximation // Journal Engineering Thermophysics. 2019. Vol. 28. No. 4. P. 453-471.
- [3] Krepper E., Lucas D., Frank T., Prasser H.-M., Zwart P.J. The inhomogeneous MUSIG model for the simulation of polydispersed flows // Nuclear Engineering Design. 2008. Vol. 238. P. 1690–1702.
- [4] Зайчик Л.И., Мукин Р.В., Мукина Л.С., Стрижов В.Ф. Развитие диффузионно-инерционной модели для расчета пузырьковых турбулентных течений. Изотермическое полидисперсное течение в вертикальной трубе // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 665–675.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ № 18-58-45006 и 18-08-00477).

## Некоторые аналитические подходы к математическому моделированию неоднородных экзотермических течений<sup>1</sup>

Богданов А.Н.

НИИ механики МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва

Аналитическое исследование стационарных неоднородных экзотермических течений можно проводить, используя асимптотические разложения по малому параметру, выбрав за него малое отклонение текущего значения числа Маха от единицы. Возможность введения малого параметра подсказывается явлением, известным как "тепловой кризис" [ 1 ]. В одномерном течении воздуха во избежание теплового кризиса изменение безразмерной скорости потока должно находиться в пределах  $0.58 \leq u \leq 1$  [ 2 ].

В ряде задач аэродинамики этот метод позволяет получить качественно принципиально новые результаты по сравнению с классической газовой динамикой обычных сред. Организуя тепловыделение в окружающей тело среде можно изменять его аэродинамические характеристики [ 3 ]. Отклонение тела от прямолинейного движения в экзотермической среде приведет к его опрокидыванию [ 4 ] под действием поперечной силы, отсутствующей в обычных условиях. Тело, обладающее минимальным волновым сопротивлением, в экзотермической среде имеет качественно иную форму нежели в обычной газовой динамике [ 5 ] или в среде, релаксирующей с поглощением энергии [ 6 ], что объясняется иным режимом развития вызываемых движением тела возмущений среды.

Предложенный метод пригоден для исследования задач теории стационарных неоднородных течений иной природы.

### Список литературы:

- [1] Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
- [2] Богданов А.Н., Куликовский В.А. Стационарные сверхзвуковые течения колебательно-возбужденного газа около тонких тел//ПМТФ. 1993. № 1.
- [3] Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий. поток // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5.
- [4] Богданов А.Н., Куликовский В.А. Обтекание тонкого тела вращения под малым углом атаки стационарным сверхзвуковым потоком колебательно-возбужденного газа//ПМТФ. 1993. № 3.
- [5] Теория оптимальных аэродинамических форм/Под ред. Миеле А. М.: Мир, 1969.
- [6] Ткаленко Р.А. О тонких телах вращения наименьшего волнового сопротивления в неравновесном сверхзвуковом потоке// Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 6.

<sup>1</sup> Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1) при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-01-00793).



## Анализ влияния синерезиса и реологических свойств водной пены на снижение интенсивности ударного воздействия<sup>1</sup>

Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Теоретическое и экспериментальное изучение поведения водной пены под ударным воздействием важно с точки зрения поиска эффективных решений экологических и промышленных задач по обеспечению взрывобезопасности технологических процессов.

Факторы, оказывающие влияние на способность пенных структур ослаблять интенсивность ударных волн, проанализированы в [1], [2].

Настоящая работа является продолжением исследований [3]–[6] по изучению демпфирующих свойств водной пены в условиях ударного нагружения. Для исследования эволюции ударной волны в водной пене разработана однодавленная, двухскоростная, двухтемпературная модель газок капельной смеси, включающая законы сохранения массы, импульса и внутренней энергии для каждой фазы [7] с учетом динамической вязкости, сил межфазного сопротивления Шиллера-Наумана, контактного межфазного теплообмена Ранца-Маршалла, вязко-упругости и процессов синерезиса. Термодинамические свойства газовой и водной фаз описывались реалистическими уравнениями состояния в форме Пенга-Робинсона [8] и Ми-Грюнайзена [9] соответственно. Численная реализация предложенной модели выполнена методом контрольных объемов в открытом программном комплексе OpenFOAM [10].

Динамика распространения ударной волны в водной пене, инициированной мощным взрывом, исследовалась в соответствии с условиями эксперимента [11], в котором в центре цилиндрического сосуда, заполненного сухой водной пеной, производился взрыв заряда ВВ. Осциллограммы давления в проходящей ударной волне регистрировались датчиками, установленными на различных высотах и расстояниях от центра взрыва.

Результаты численных исследований показали, что при прохождении сквозь водную пену интенсивность и скорость ударной волны значительно снижаются за счет действия сил межфазного сопротивления и сферической симметрии исследуемого процесса.

Учет в модели явления осаждения пены под действием гравитационных сил (синерезиса),

приводящего к снижению водосодержания в верхних слоях пены, сопровождается уменьшением влияния диссипативных процессов в этой зоне и усиливает амплитуду ударной волны. Сравнительный анализ проведенных численных исследований с учетом синерезиса показал наилучшее согласование с экспериментальными данными [11] по сравнению с результатами, полученными с изначально равномерным распределением водосодержания в пене.

### Список литературы:

- [1] Britan A., Shapiro H., Liverts M., Ben-Dor G., Chinnayya A., Hadjadj A. Macro-mechanical modeling of blast wave mitigation in foams. Part I: review of available experiments and models // Shock Waves. 2013. Vol. 23. No.1. P. 5–23.
- [2] Vasil'ev E.I., Mitichkin S.Yu., Testov V.G., Haibo Hu. Pressure dynamics during shock loading of aqueous foams // Technical Physics. 1998. Vol. 43.No. 7.P. 761–765.
- [3] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Численное моделирование сферического взрыва в пене // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11. № 1. С. 60–65.
- [4] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Исследование демпфирующих свойств водной пены под воздействием сферической ударной волны // Известия ВУЗов. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2017. № 2. С. 108–121.
- [5] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Влияние теплообменных процессов на снижение интенсивности сферического взрыва в водной пене // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83. № 3. С. 468–477.
- [6] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф., Нурисламова Э.А. Моделирование процесса ослабления сферического взрыва применением водной пены // Многофазные системы. 2019. Т. 14. № 2. С. 108–114.
- [7] Zeno Tacconi. Feasibility analysis of a two-fluid solver for cavitation and interface capturing as implemented in OpenFOAM // Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Energetica, Politecnico di Milano. 2018. 134 p.
- [8] Peng D.Y., Robinson D.B. A new two-constant equation of state // Industrial and Engineering Chemistry: Fundamentals. 1976. Vol. 15. P. 59–64.
- [9] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // ТВТ. 2011. Т. 49. № 2. С. 310–313.
- [10] OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. URL: <http://www.openfoam.com>.
- [11] Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., et al. Blast Wave Mitigation by Dry Aqueous Foams // Shock Waves. 2013. Vol. 23. No. 1 P. 39–53.

<sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90013

## Исследование динамики кавитирующей струи<sup>1</sup>

Болотнова Р.Х., Нурисламова Э.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Исследование динамических процессов истечения вскипающей жидкости из сосудов высокого давления является одним из актуальных направлений научных исследований, связанных с обеспечением взрывобезопасности на промышленных объектах.

Вопросы истечения пароводяной смеси рассматривались в работах [1]–[3], в [1] исследовались процессы эволюции газовых струй с формированием дисков Маха и образованием вихревых колец. В [2] проводились эксперименты со струями вскипающей перегретой воды с использованием тонких цилиндрических каналов. В [3] исследовались режимы истечения вскипающего теплоносителя, вызванного торцевым разрывом трубопровода.

В настоящей работе в продолжение исследований [4], [5] разработана математическая модель двухфазной газожидкостной смеси в трехмерной постановке и выполнено численное исследование процесса формирования струи при истечении водяного пара из сосуда высокого давления через тонкое сопло для условий экспериментов [2].

Система модельных уравнений включает законы сохранения массы, импульса и энергии каждой фазы в соответствии с однодавленческим, двухскоростным и двухтемпературным приближениями, учитывает межфазное сопротивление, контактный теплообмен и массообменные процессы испарения и конденсации.

С использованием предложенной модели газожидкостной смеси, реализованной на основе открытого пакета OpenFOAM [6], численно исследовался процесс истечения в окружающую среду вскипающей струи водяного пара из сосуда высокого давления ( $p_0 = 9.45$  МПа,  $T_0 = 600$  К) через тонкое сопло радиуса  $R_s = 0.25$  мм и длиной  $X_s = 0.5$  мм [2].

Результаты численных исследований показали, что в расчетах, как и в эксперименте [2], наблюдается интенсивное расширение струи со сверхзвуковыми скоростями истечения. Вдоль границы расширяющейся сверхзвуковой струи формируется висячий скачок уплотнения, при отражении которого от оси симметрии происхо-

дит формирование прямого скачка уплотнения (диска Маха), являющегося пограничной зоной между областями сверхзвукового и дозвукового течений. Вдоль боковой границы струи формируется основной поток газа, который характеризуется также сверхзвуковым режимом истечения.

С течением времени по внешнему участку струи сверхзвуковой режим истечения сохраняется. Взаимодействие высокоскоростного потока с примыкающей к нему слабо возмущенной зоной приводит к искривлению траектории движения газа и развитию неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [1], что сопровождается образованием и развитием вихревых зон, которые оказывают влияние на закручивание струи в сторону внешнего участка.

Формирование серии тороидальных вихрей вблизи оси симметрии в окружающую струю газе приводит к появлению осциллирующей формы основного струйного течения с сохранением полости внутри струи. С течением времени струйный поток в процессе взаимодействия с газовой областью образует в ней последовательную серию акустических волновых импульсов, имеющих периодическую структуру, которые могут являться источником пульсаций, наблюдаемых в экспериментах [2].

### Список литературы:

- [1] Ishii R., Fuji-moto H., Hatta N., Umeda Y. Experimental and numerical analysis of circular pulse jets // J. Fluid Mech. 1999. Vol. 392. P. 129–153.
- [2] Решетников А.В., Бусов К.А., Мажейко Н.А., Скоков В.Н., Коверда В.П. Переходные режимы вскипания струй перегретой воды // Т и А. 2012. Т. 19, № 3. С. 359–367.
- [3] Алексеев М.В., Вожаков И.С., Лежнин С.И., Прибатурин Н.А. Волновые процессы при истечении водяного теплоносителя со сверхкритическими начальными параметрами // Т и А. 2017. Т. 24, № 5. С. 821–824
- [4] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Особенности формирования полой струи водяного пара сверхкритических параметров состояния, истекающего через тонкое сопло // Т и А. 2018. № 5. С. 783–789.
- [5] Болотнова Р.Х. Исследование динамики формирования полой струи при истечении пара из сверхкритического состояния // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 4. С. 73–78.
- [6] OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. URL: <http://www.openfoam.com>.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке средствами государственного бюджета по госзаданию 0246-2019-0052

## Трехмерное моделирование динамики одиночных пузырьков в канале некруглого поперечного сечения с применением метода граничных элементов<sup>1</sup>

Булатова А.З., Солнышкина О.А., Фаткуллина Н.Б.

Центр микро- и маномасштабной динамики дисперсных систем, БашГУ, Уфа

Актуальность изучения поведения пузырьков жидкостей при течении в микроканалах различных поперечных сечений, формирующих пористую среду, вызвана необходимостью решения прикладных и фундаментальных задач, возникающих в многих технологических процессах. Широкий интерес к изучению течения многофазных сред в сложных областях обусловлен особенностями размера и геометрии структуры порового канала, оказывающее существенное влияние на происходящие процессы.

В настоящей работе исследуется динамика несжимаемых пузырьков в вязкой жидкости при медленном периодическом течении в канале с поперечным сечением в форме дельтоиды. Каналы данной геометрии образуются между цилиндрическими волокнами при максимально плотной упаковке нитей в образце, образующими пористую среду, например при производстве композиционных материалов. В настоящее время существует не так много экспериментальных работ, посвященных детальному изучению особенностей течений на микроуровне в подобной геометрии [1-2]. Адекватное численное моделирование таких процессов на основе эффективных методов и алгоритмов, проводимое в совокупности с лабораторными экспериментами с применением современной аппаратуры, является крайне важным.

Рассматриваемые процессы протекают при малых числах Рейнольдса, поэтому вязкие силы, возникающие при течении, значительно сильнее сил инерции. Установившееся течение описывается уравнениями Стокса с соответствующими граничными, кинематическими условиями, условиями прилипания и периодичности течения. Все процессы рассматриваются при изотермических условиях, без учета сил Ван-дер-Ваальса.

Численный подход основан на методе граничных элементов, эффективном при исследовании задач в областях со сложной геометрией, поскольку все расчеты связаны только с границей моделируемых объектов. Данный метод более подробно описан авторами в предыдущих работах [3-4].

В рамках исследования проведено многопараметрическое исследование динамики одиночных несжимаемых пузырьков в вязкой жидкости в канале с поперечным сечением в форме дельтоиды. Рассмотрено влияние начального радиуса пузырька и его положения относительно осевой линии канала при постоянном значении перепада давления и вязкости окружающей жидкости на деформацию пузырька, изменение его формы, скорость центра масс относительно средней скорости течения в канале. Установлено, что при таком медленном течении форма пузырьков отличается от сферической незначительно, независимо от их радиуса в рассматриваемом временном промежутке. Также показано, что с увеличением размера пузырька его относительная скорость уменьшается.

### Список литературы:

- [1] R. Jiang, Z. Lan, T. Hao, Y. Zheng, K. Wang, Y. Yang, X. Ma, Two-phase flow patterns for condensation of ethanol-water mixtures in triangular microchannels, *Appl. Therm. Eng.* 121, 361–367, 2017.
- [2] Zhao, T.S., Bi, Q.C., Co-current air–water two-phase flow patterns in vertical triangular microchannels. *International Journal of Multiphase Flow* 27, 765–782, 2001.
- [3] Abramova, O.A., Akhatov, I.S., Gumerov, N.A., Pityuk, Y.A., Sametov, S.P. Numerical and Experimental Study of Bubble Dynamics in Contact with a Solid Surface // *Fluid Dynamics*. – 2018. – V. 53(3), pp. 337–346.
- [4] O A Abramova, A Z Bulatova, N B Fatkulina and Yu A Pityuk Numerical simulation of the dynamics and calculation of the rheological characteristics of the dispersed systems using BEM // *Journal of Physics: Conference Series (JPCS)*. – 2019 – Ser. 1359 01202

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №.18-38-20102

## Изучение гидродинамических потоков вблизи твердых объектов при осцилляции пузырька<sup>1</sup>

Бурмистров М.Е., Питюк Ю.А.

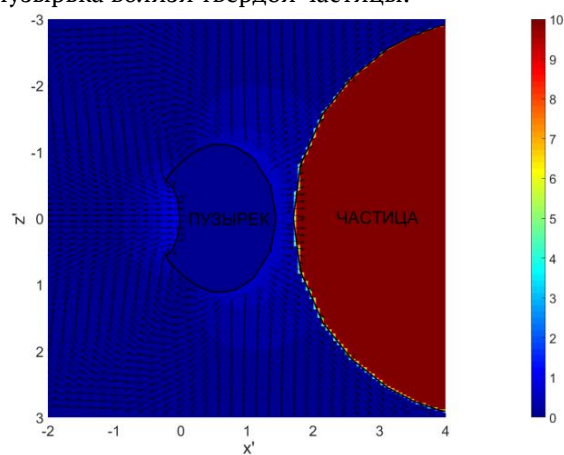
Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем, Башгосуниверситет, Уфа

Анализ взаимодействия пузырьков с твердыми объектами имеет практическое значение для изучения различных технологических процессов при литотрипсии, флотации, очистки поверхности микрочипов и других сферах экономики. Например, пенная флотация применяется для очистки воды от органических веществ и твердых взвесей, ускорения отстаивания в химической, нефтеперерабатывающей, пищевой и других отраслях промышленности [1].

В данной работе изучаются гидродинамические потоки, создаваемые динамикой пузырька под действием акустического поля вблизи твердых объектов, таких как неподвижная бесконечная стенка и подвижная сферическая частица. Движение жидкости описывается уравнениями Эйлера. Давление в газе определяется согласно некоторому политропному процессу, а давление в жидкости изменяется согласно действующему акустическому полю. Изменение потенциала скорости на поверхности пузырька определяется интегралом Коши-Лагранжа. Задача решается численно методом граничных элементов (МГЭ) для уравнения Лапласа. Ранее МГЭ использовался авторами для изучения динамики пузырька вблизи стенки [2], модификация МГЭ для кластера, содержащего пузырьки и частицы, представлена в работе [3].

Особенностью МГЭ является расчет неизвестных значений на поверхности пузырька и частицы. Далее найденные значения можно использовать для расчета скорости и потенциала скорости потока в любой точке пространства. Для проведения анализа гидродинамических потоков был реализован программный модуль для расчета и визуализации картины течения жидкости в различных плоскостях сечения. На вход данному модулю подаются значения потенциала скорости и нормальной производной потенциала скорости, определенные на поверхности дисперсных включений. Далее определяется плоскость, в которой планируется

визуализировать картину течения, формируется расчетная сетка за исключением внутренних областей, принадлежащих пузырьку и частице. Разработанный программный модуль запускается для визуализации потока в любой момент времени. На рисунке представлена картина течения жидкости при осцилляции пузырька вблизи твердой частицы.



Анализ гидродинамических потоков показал, что в фазе сжатия пузырька поток жидкости направлен в сторону пузырька, а в фазе расширения – поток меняет направление. При достаточно интенсивных осцилляциях пузырька и малых расстояниях между объектами гидродинамические потоки способны изменять форму пузырька и образовывать струю, направленную в сторону стенки и частицы.

### Список литературы:

- [1] Phan C. M., Nguyen A. V., Miller J. D., Evans G. M., Jameson G. J. Investigations of bubble-particle interactions // *Int. J. Miner. Process.* 2003. Vol. 72. P. 239–254.
- [2] Питюк Ю.А., Гумеров Н.А., Абрамова О.А., Зарафутдинов И.А., Ахатов И.Ш. Численное исследование взаимодействия двух деформируемых пузырьков в акустическом поле // *Прикладная механика и техническая физика.* 2019. Т. 60, №4. С. 81–90.
- [3] Zarafutdinov I.A., Gainetdinov A.R., Pityuk Yu.A., Abramova O.A., Gumerov N.A., Akhatov I. Sh. GPU acceleration of bubble-particle dynamics simulation // *Communications in Computer and Information Science (CCIS).* 2018. Vol. 910. P. 235–250.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-20102.

## Развитие неустойчивого вытеснения при снижении поверхностного натяжения<sup>1</sup>

Валиев А.А.\*

\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Проявление неустойчивости Саффмана-Тейлора [1] при вытеснение более вязкого флюида менее вязким в ячейке Хеле-Шоу, приводит к появлению «вязких пальцев». Чем больше разность в вязкости, тем «вязкие пальцы» имеют более тонкую структуру. По мере увеличения объема каждого пальца на концах происходит дробление и образование новых пальцев. Дробление происходит за счет разности межфазного натяжения. Также свой вклад вносит малый зазор увеличивающий роль поверхностных сил.

В работе приведены экспериментальные результаты неустойчивого вытеснения из ячейки Хеле-Шоу, являющейся физической моделью трещины в пласте [2]. Ячейка Хеле-Шоу образуется между двумя оптическими стеклами ПИ-60. Зазор обеспечивается прокладкой из фольги толщиной 20 мкм. Расчётный объем ячейки V0 (портовый объем) составлял  $14 \text{ мм}^3 = 14 \text{ мкл}$ . Постоянный перепад давления обеспечивается сжатием воздухом в 20 кПа, контролировался манометром и датчиком давления (MPX 5100), расход измерялся весовым методом и съемка картины течения проводилась с минимальной выдержкой камеры (Sony DCR-TRV530E). На компьютере осуществлялся видеозахват картины течения с синхронизацией и записью измерений датчика давления и прецизионных весов (A&D GH-252). В качестве вытесняемого флюида использовалась нефть с динамической вязкостью -  $17.4 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , а вытесняющего агента газ (воздух), дистиллированная вода с поверхностное натяжение на границе с нефтью  $30 \text{ мН/м}$  и раствор 8% SDS (додецилсульфат натрия) в дистиллированной воде –  $1,3 \text{ мН/м}$  на границе [3].

В исследовании выделено 2 этапа. 1 этап включает в себя структуру вытеснения до достижения агентом выходной зоны. Вытеснение дистиллированной водой и газом показывает более дробящуюся структуру и их центроориентированность. Вытеснение раствором ПАВ показывает более широкий охват во входной зоне и соответственно меньшую остаточную нефтенасыщенность до прорыва. 2 этап включает прохождение флюидов до 20 объемов поры ячейки. После прорыва происходит увеличение скорости тока агента, так как уменьшается гидравлическое сопротивление и происходит доотмыв. В случае с раствором образуется прямая эмульсия, что и приводит к дополнительному отмыву

Полученные фрактальные размерности коррелируют с эффективностью вытеснения.

### Список литературы:

- [1] Saffman P.G., Taylor G. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – The Royal Society, 1958. – Т. 245. – №. 1242. – С. 312-329.
- [2] Мавлетов М.В., Валиев А.А. Эффективность неустойчивого вытеснения нефти из ячейки Хеле-Шоу // Нефтепромысловое дело. 2018. № 8. С. 42-45.
- [3] Валиев А.А., Нагорный И.К. Влияние межфазного поверхностного натяжения на неустойчивое вытеснение в ячейке Хеле-Шоу // Сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции «Трудно-извлекаемые запасы нефти и газа 2019» Уфимского Государственного Нефтяного Технического Университета. Уфа, 15 мая 2019 г.: сборник статей, докл. и выступлений Всероссийской научно-технической конференции. Т 78. Уфа: Изд-во «Нефтегазовое дело», 2019. 176 с. С. 147-148.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-80008 мол\_эв\_а

## Комплексное исследование вытеснения нефти водой в плоском канале<sup>1</sup>

Валиев А.А., Низамова А.Д.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В работе изучается процесс вытеснения нефти водой в плоском канале. Неустойчивое вытеснение несмешивающихся жидкостей в плоском канале является актуальным исследованием как в теоретических, так и в практических приложениях, которому посвящено большое количество работ [1,2].

Современные методы моделирования динамики «вязких пальцев» основаны главным образом на численных методах решения систем дифференциальных уравнений, использующих в качестве параметров градиент давления, вязкость и капиллярные силы. Влияние этих параметров должны быть определены экспериментально.

В настоящей работе проводится комплексное изучение процесса вытеснения нефти водой в плоском канале. Комплексное исследование позволяет оценить и проанализировать весь процесс в целом, а также установить параметры течения для повышения эффективности вытеснения.

Процесс развития вытеснения делится на 2 этапа [3]: первичное вытеснение с образованием «вязких пальцев» до прорыва и «доотмыв» после прорыва с формированием остаточных целиков нефти. Если на первом этапе эффективность вытеснения выше при постоянном расходе, то на втором этапе – наоборот. Наличие постоянного перепада давления обладает запасом энергии, который приводит к ускорению течения после прорыва маловязкой жидкости. При постоянном расходе перепад давления постепенно падает по мере замены высоковязкой нефти маловязкой водой в процессе вытеснения; в то время как подача с постоянным перепадом давления приводит к постепенному увеличению скорости течения по мере замещения нефти водой и, как представляется, более активному вытеснению. Большой расход после прорыва приводит к формированию остаточных целиков нефти с более вытянутой структурой с меньшим объемом.

По мере вытеснения можно отметить 4 этапа при постоянном перепаде давления и заданном расходе: 1) до прорыва воды; 2) при закачке воды до 1 объема ячейки; 3) при закачке воды от 1 до 7 объемов ячейки; 4) дальнейшая закачка от 7 до 20 объемов ячейки. По темпам извлечения количество извлеченной нефти по отношению к прокачанной воде: 1 этап – 1/1; 2 этап – 1/4; 3 этап – 1/30 и 4 этап – 1/200.

### Список литературы:

- [1] Saffman P.G., Taylor G. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society, 1958. Vol. 245. No. 1242. Pp. 312-329. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- [2] Homay G. M. Viscous fingering in porous media // Annual review of fluid mechanics. 1987. Vol. 19. No. 1. Pp. 271-311.
- [3] Мавлетов М.В., Валиев А.А. Эффективность неустойчивого вытеснения нефти из ячейки Хеле-Шоу // Нефтепромысловое дело. 2018. № 8. С. 42-45.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-80008 мол\_эв\_а.



## О растапливании обледенения ЛЭП нагревом

Волченко К.М., Гимадиев Р.Ш., Якимов Н.Д., Халитов Ф.Г.

Казанский государственный энергетический университет, Казань

Провода ЛЭП подвергаются нагружению собственным весом, ветровой нагрузкой и гололедно-изморозевыми отложениями в осенне-весенний период. При растапливании обледенения реализуется двухфазная среда – лед и вода, которые взаимодействуя с нагретым проводом освобождают провод от обледенения.

Место положения гололедных отложений определяются радиолокационными методами [1]. Динамические процессы в проводах исследованы в работах [2,5], из которых следует, что параметры нагружения линии при растапливании существенно влияют на динамику нагружения и разрыва проводов ЛЭП. Подходы и установки плавки гололеда разработаны в [3,4].

При таянии между льдом и нагретым проводом образуется прослойка воды, вытесняемой по щели вниз под действием веса льда (стремящегося опуститься). Поэтому эта прослойка наиболее тонкая сверху провода. Теплопроводность льда и особенно воды низкая, поэтому сверху провода и происходит основная передача теплоты от провода ко льду, и практически только там лёд тает, опускаясь в целом вниз, и оставляя протаявший канал (он оказывается под проводом), с шириной, близкой к диаметру  $d$  провода. Выделившаяся в проводе теплота оказывается потраченной в основном на плавление льда в этом канале. По сравнению с ней затраты теплоты на подогрев этого льда перед плавлением (при начальных температурах, близких к  $0^{\circ}\text{C}$ ) будут пренебрежимо малыми, как и теплота на нагрев льда, остающегося нерастаявшим. Более заметную величину может иметь теплота, затрачиваемая на разогрев самого провода до “рабочей” температуры.

Процесс плавления льда заканчивается, когда канал таяния доходит до верхнего края льда, и лёд слетает с провода, фото из эксперимента. Следовательно, общее время процесса определяется временем, за которое в проводе за счёт электронагрева выделится сумма указанных выше теплот.

Пусть диаметр провода (ширина канала)  $d = 6,8$  мм, толщина льда  $h = 51,6$  мм, нагрев

$Q = 25$  Вт при длине  $l = 0,4$  м, то есть в проводе выделяется теплота  $q_l = Q/l = 62,5$  Вт/м. Здесь нагрев слабый, температура провода явно лишь немного выше  $0^{\circ}\text{C}$ , тогда на протаивание надо  $W \sim 110$  кДж/м. Время процесса составит порядка  $\tau = W/q_l \approx 1760$ с (примерно 29 мин). Это подтверждается экспериментом.



*Пример с более интенсивным нагревом.*

Диаметр провода  $d = 5$  мм, толщина льда  $h = 4$  мм, нагрев  $q_l = 1300$  Вт/м. Тогда  $W \sim 6200$  Дж/м. Без учёта разогрева провода  $\tau_{\text{н}} = W/q_l \approx 4,8$ с, с учётом – порядка 6,5 с.

### Список литературы:

- [1] Минуллин Р. Г., Фардиев И. Ш. Локационная диагностика воздушных линий электропередачи: монография / - Казан. гос. энерг. ун-т, Казань: 2008. - 203 с.
- [2] Гимадиев Р.Ш., Динмухаметов Ф.Ф. Моделирование разрыва линий передачи энергий // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2008. № 7-8. С. 137-143.
- [3] Маркин Ю.С., Гимадиев Р.Ш., Галимуллин Н.Р., Динмухаметов Ф.Ф., Маркин О.Ю., Петрушенко Ю.Я.. Стенд для изучения процессов обледенения и растаивания проводов электрических цепей. Патент № 88841 (51) Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Опубликовано: 20.11.2009. Бюл. № 32.
- [4] Антонов Б.М., Исакаев Э.Х., Коновалов П.А., Королев В.А., Мордынский В.П., Сон Э.Е., Терешенок Д.В., Тюфтяев А.С. Создание мобильной установки для плавки гололеда на проводах ВЛ и энергоэффективность ее использования // Известия РАН. Энергетика. 2013. С.155-159.
- [5] Gimadiev R.Sh. Power Line Deformation Dynamics / Mechanics of Solids, 2019, Vol. 54, No. 6, pp. 903-914.

## Теоретические основы технологических процессов очистки и перемешивания в системах подготовки и хранения углеводородных жидкостей

Галиакбарова Э.В.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

В технологическом процессе подготовки нефти существует проблема очистки ее от солей (обессоливание). Для этого в установках подготовки на промыслах нефть, содержащую глобулы пластовой воды (содержание солей 200 – 2000 мг/л) смешивают с промывной водой. Предложено вводить промывную воду в зону смешения в виде крупных капель методом дождевания навстречу потоку нефти [1-2]. Крупная капля захватывает глобулы, содержащие соли, и такие крупные капли промывной воды с солью в сепараторах легче отделяются от чистой нефти.

Представлена гидродинамическая модель смешения [3]. Поток нефти с глобулами пластовой воды движется навстречу крупным каплям промывной воды. Капли образуются при струйной инжекции промывной воды в поток нефти через специальное устройство, разбивающее струю на капли. Оценено характерное расстояние, на котором происходит разрушение струи на капли, а также максимальный размер устойчивых капель. Приведены оценки, показывающие длительность (около суток) диффузионного механизма смешения, связанного с броуновским движением частиц (глобулы и капли рассматриваются в гидродинамической модели частицами). Имеет место инерционный механизм коагуляции глобул с каплями. Представлены уравнения механики гетерогенных сред Рахматулина-Нигматулина, описывающие движения глобул около капель. Оценен объем нефти очищаемый одной каплей. Расчетные данные подтверждены ОПИ в ПАО Татнефть.

В технологическом процессе хранения нефти (нефтепродуктов) существует проблема перемешивания в резервуарах: 1) для снижения количества донных отложений; 2) для приготовления топлив с заданными свойствами за короткое время. Предложено использовать

смесители с инжектированием, которые необходимо установить в придонном приемо-раздаточном патрубке внутри резервуара [4-5]. Смесители работают только за счет энергии смешиваемых потоков без дополнительных затрат электроэнергии. Смешение потоков происходит как в самом смесителе, так и в резервуаре в режиме затопленной турбулентной струи, а основная роль смесителя с инжектированием заключается в образовании вынужденных циркуляционных потоков внутри резервуара. Представлены основные уравнения гидродинамики инжектора [6]. Получено характеристическое уравнение смесителя с инжектированием. Рассчитаны характеристики турбулентных затопленных струй по данным ОПИ смесителей в ПАО Роснефть: 1) при перемешивании тяжелой и легкой нефти в резервуаре РВС 2000; 2) при смешении дизельного топлива с керосином в резервуаре РВС 5000.

### Список литературы:

- [1] Галиакбаров В.Ф., Галиакбарова Э.В., Яхин Б.А. Струйный гидравлический смеситель. Патент 159236 РФ, В01F 5/00. Оpubл. 10.02.2016. БИ 4.
- [2] Галиакбаров В.Ф., Галиакбарова Э.В., Яхин Б.А. Струйный гидравлический смеситель. Патент 2600998 РФ, В01F 5/00. Оpubл. 27.10.2016. БИ 30.
- [3] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Гималтдинов И.К. К теории вымывания солей из водонефтяной эмульсии пресной водой // ПМТФ. 2019. Т. 60, № 4. С. 91–99.
- [4] Галиакбаров В.Ф., Галиакбарова Э.В., Яхин Б.А. Смеситель для резервуаров. Патент 161351 РФ, В01F 5/00. Оpubл. 20.04.2016. БИ 11.
- [5] Галиакбаров В.Ф., Галиакбарова Э.В., Яхин Б.А. Струйный смеситель для резервуаров. Патент 2594023 РФ, В01F 5/00. Оpubл. 10.08.2016. БИ 22.
- [6] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В. Элементы теории вынужденного перемешивания нефтей в резервуарах // Многофазные системы 2019. Т. 14. № 2. С. 101–107.



## Особенности падения акустических волн на слой многофракционной пузырьковой жидкости<sup>1</sup>

Гафиятов Р.Н.

ИММ - обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Исследована задача о прохождении и отражении акустических волн при разных углах падения через многослойную среду, содержащую слой многофракционной пузырьковой жидкости. Для смеси вода–пузырьковая жидкость–вода рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения волны. Показано влияние параметров пузырьков и среды, угла падения на исследуемые коэффициенты

В настоящее время основы механики и теплофизики пузырьковых жидкостей, а также наиболее существенные результаты по изучению волновых процессов в таких средах представлены в монографиях [1–3]. Работа [4] посвящена описанию основных особенностей двухфазных сред пузырьковой структуры. Представлен обзор работ по распространению волн в жидкостях с пузырьками постоянной массы и работ по волновой динамике жидкостей, содержащих пузырьки пара или растворимого газа. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [5]. В [6] исследуется распространение акустических волн в плоском случае в многофракционных пузырьковых жидкостях. В [7] исследовано распространение импульсных волн давления в многофракционных жидкостях с пузырьками. В [8] исследовано распространение акустических волн разной геометрии в смесях жидкости с дисперсной фазой, состоящей из пузырьков, отличающихся друг от друга как радиусами, так и теплофизическими свойствами. В [9] исследована задача об отражении акустической волны от многослойной среды, содержащей слой многофракционной пузырьковой жидкости.

В данной работе на основе методики, изложенной в [10], и зависимости волнового числа от частоты возмущений для пузырьковой жидкости, полученной в [6], исследуется задача о наклонном падении акустической волны на многослойный объект, содержащий слой многофракционной пузырьковой жидкости.

Рассмотрено прохождение акустического сигнала сквозь следующую среду: вода – пузырьковая жидкость – вода. Построены кривые коэффициентов прохождения и отражения акустической волны. Показано, что увеличение угла падения приводит к уменьшению коэффициента прохождения и увеличению коэффициента отражения во всем диапазоне частот. Выявлено, что особые дисперсионные и диссипативные свойства слоя пузырьковой жидкости могут сильно влиять на распространение волн в многослойной среде

### Список литературы:

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1,2. М.: Наука. 1987.
- [2] Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ. 1983. 238 с.
- [3] Temkin S. Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. New York: Cambridge University Press. 2005. 398 p.
- [4] Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Волны в жидкостях с пузырьками // В сб.: Итоги науки и техники, сер. МЖГ. ВИНТИ. 1982. Т. 17. С. 160–249.
- [5] Kerry W. Commander, Andrea Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // J. of the Acoustical Society of America. 1989. V. 85. No 2. P. 732.
- [6] Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. № 2. С. 250-255.
- [7] Губайдуллин Д.А., Гафиятов Р.Н. Динамика волн в многофракционных пузырьковых жидкостях // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 6. С. 1506-1511.
- [8] Гафиятов Р.Н., Губайдуллин Д.А., Губайдуллина Д.Д. Акустические волны разной геометрии в многофракционных пузырьковых жидкостях // Механика жидкости и газа. 2018. № 1. С. 121-128.
- [9] Губайдуллин Д.А., Гафиятов Р.Н. Отражение и прохождение акустической волны через многофракционный пузырьковый слой // Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58. № 1. С. 97-100.
- [10] Бреховских Л.М., Гордин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука. 1989. 416 с.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№18-31-00370 мол\_а)

## Математическое моделирование теплового метода воздействия на пласт с битумной нефтью<sup>1</sup>

Гиззатулина А.А.\*, Тазетдинова Ю.А.\*\*, Миннивалеев Т.Н.\*

\* Октябрьский филиал Уфимского государственного нефтяного технического университета, Октябрьский

\*\* Бирский филиал Башкирского государственного университета, Бирск

Данное исследование посвящено математическому моделированию процессов нагрева и фильтрации вязкой нефти в пласте с горизонтальными скважинами. Разработка месторождений тяжелых и высоковязких нефтей считается в настоящее время перспективным направлением нефтедобычи не только потому, что запасы в таких месторождениях велики, но и потому, что многие из таких нефтей являются ценным сырьем для химической промышленности. Большинство современных методов извлечения высоковязких нефтей так или иначе связаны с разогревом нефти для уменьшения ее вязкости. Это требует больших энергозатрат, из-за чего нефтедобыча часто оказывается нерентабельной.

В работе рассмотрена задача: нагрев и фильтрация высоковязкой нефти с помощью двух параллельных горизонтальных скважин, расположенных одна над другой. Верхняя является обогревающей (по ней прокачивается горячий теплоноситель), а нижняя – добывающая, в нее поступает разогретая нефть. Такая технология вполне может быть применена на практике, причем в режимах как непрерывного, так и периодического нагрева. Задача решается численно в рамках двумерной модели, адекватной физико-технической постановке задачи. Сформулирована система двумерных взаимосвязанных уравнений теплопроводности и фильтрации с граничными условиями. Т.к. в этой задаче осевая симметрия отсутствует, используется декартова система координат. Предложен алгоритм численного решения, выполнены расчеты для конкретного примера геолого-физических параметров пласта.

На фоне полученных решений проанализированы затраты тепла на прогревание нефтяного пласта, эволюция дебита нефти и масса откачанной нефти за рассматриваемый период времени, позволяющие оценить экономическую эффективность данного метода. Показано, что с энергетической точки зрения рассмотренная схема добычи нефти вполне рентабельна, поскольку теплотворная способность добытой

нефти более чем на один порядок превышает затраты тепла на разжижение высоковязкой нефти. Проведен анализ выбора времени прогрева пласта с точки зрения затрат тепла и дебита нефти. Полученные результаты вносят важный вклад в создание и совершенствование программных средств моделирования разработки месторождений тяжелой нефти, могут быть использованы при проведении инженерных расчетов, для выбора наиболее эффективной стратегии нефтедобычи на таких месторождениях. Результаты исследования также в дальнейшем могут быть использованы на практике для повышения эффективности разработки месторождений с высоковязкой нефтью с помощью теплового воздействия на пласт.

### Список литературы:

- [1] Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра, 1988. 422 с.
- [2] Мирзаджанзаде А.Х., Ковалев А.Г., Зайцев Ю.В. Особенности эксплуатации месторождений аномальных нефтей. М.: Недра, 1972. 200 с
- [3] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- [4] Желтов Ю.П. Механика нефтегазонаосного пласта. М.: Недра, 1975. 216 с.
- [5] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с. Ч. 2. 360 с
- [6] В. Ш. Шагапов, Ю. А. Юмагулова, А. А. Гиззатулина. Моделирование динамики давления и температуры в пласте с высоковязкой нефтью при нагревании. Вестн. СамУ. Естественно-научн. сер., 2016, выпуск 1-2, страницы 62–68.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках госзадания в сфере научной деятельности № FEUR - 2020 - 0004. Наименование проекта «Решение актуальных задач и исследование процессов в нефтехимических производствах, сопровождающихся течениями многофазных сред»

## Фокусировка волны давления в пузырьковом клине<sup>1</sup>

Гималтдинов И.К. \*\*, Кочанова Е.Ю. \*

\*ФГБОУ ВО «Уфимский государственной нефтяной технический университет», Уфа

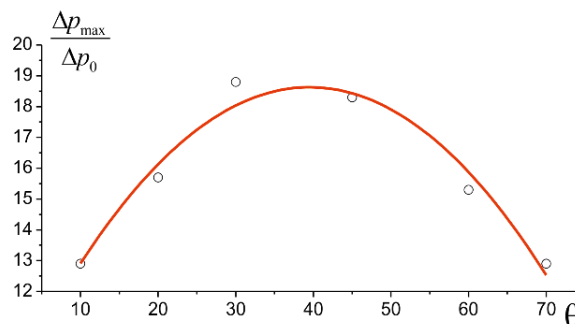
\*\*Академия наук Республики Башкортостан, Уфа

Пузырьковая жидкость по своим акустическим свойствам является уникальной [1, 2]. В частности, завесу из смеси жидкости с газовыми пузырьками можно использовать в качестве защитного слоя для подводных объектов от воздействия ударных волн, для «маскировки» при гидролокации, а также в качестве подводного звукового канала [3]. Особенности акустических свойств пузырьковой жидкости позволяют определять размеры и структуру пузырьковых «облаков», образовавшихся при выбросах газа со дна водоема [4].

В работе исследована динамика волн давления в плоском канале, заполненном пузырьковой (газонасыщенной) и «чистой» жидкостью с границей раздела этих сред, расположенной под углом по длине канала. Для случая падения волны давления со стороны пузырьковой жидкости установлены основные закономерности отражения и прохождения волны.

Известно [3], что при определенных параметрах пузырьковой среды акустическое сопротивление пузырьковой жидкости может быть намного меньше этого же физического параметра для «чистой» жидкости. Таким образом, отражение от границы «пузырьковая среда – «чистая» жидкость» для волн, падающих на эту границу со стороны пузырьковой среды, аналогично отражению от жесткой стенки. Поэтому при отражении волны от такой границы происходит увеличение амплитуды.

Вследствие наложения падающей и отраженной волн происходит формирование пульсационного профиля давления с амплитудой лидирующего всплеска, намного превышающей амплитуду первоначального сигнала. Так как граница расположена под углом, то амплитуда результирующей волны при распространении вдоль границы будет увеличиваться, т.е. будет происходить фокусировка волны.



На рисунке представлена зависимость максимальной амплитуды давления на стенке канала, отнесенная к начальной амплитуде инициирующего давления, от угла наклона границы. Видно, что эта зависимость носит немонотонный характер. Также из рисунка следует, что максимальная амплитуда соответствует значению угла приблизительно 40 градусов.

На основе численного анализа показано, что наличие наклонной границы, разделяющей области пузырьковой среды и «чистой» жидкости, приводит к интерференции волн в области, занятой пузырьковой средой. Установлено, что с увеличением объемного газосодержания и с уменьшением радиуса пузырьков максимальное значение амплитуды давления результирующей волны на стенке увеличивается.

### Список литературы:

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1.М.: Наука, 1987. 464 с.
- [2] Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
- [3] Shagapov V.Sh., Gimaltdinov I.K., Khabeev N.S., Bailey S.S. Acoustic waves in a liquid with a bubble screen // Shock Waves. 2003. Т. 13. № 1. С. 49-56.
- [4] Диденкулов И.Н., Кустов А.М., Мартьянов А.И., Прончатов, Рубцов Н.В. Акустическая диагностика пузырьковых объектов в жидкости // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 246-251.

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки России в сфере научной деятельности FEUR-2020-0004 «Решение актуальных задач и исследование процессов в нефтехимических производствах, сопровождающихся течениями многофазных сред»

## Математическая модель процесса горения газогидрата<sup>1</sup>

Гималтдинов И.К., Столповский М.В.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Гидраты природного газа представляют твердые кристаллические соединения воды и газа (чаще всего метана), образующиеся при высоких давлениях и температурах. Гидраты привлекают к себе особое внимание, с одной стороны, в связи с тем, что в них аккумулированы огромные запасы природного газа. Процесс горения гидратов рассматривалась в работах [1, 2]. Из экспериментальные данные следует, что если обеспечить стекание воды с поверхности газогидрата, то теплота сгорания выделившегося при диссоциации метана достаточна для поддержания горения.

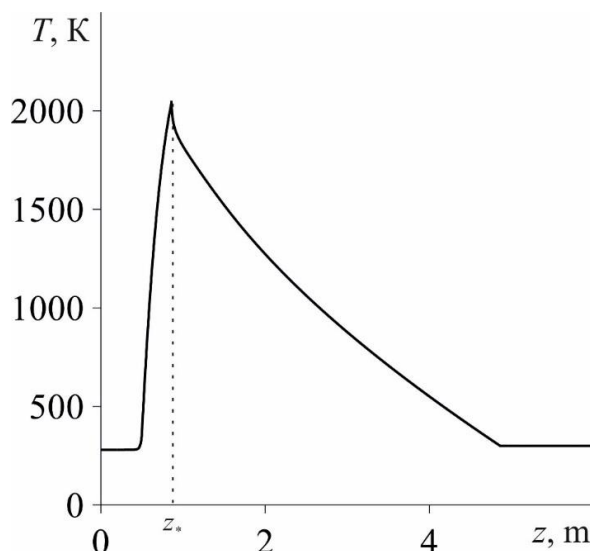
В данной работе представлена математическая модель процесса горения плоского слоя газогидрата метана, помещенного в газовую среду с окислителем. Математическая модель включает в себя уравнения неразрывности для газовой смеси, а также для каждого отдельного ее компонента. Кроме того, модель дополняется уравнениями теплопроводности для газа и газогидрата, а также условиями, следующими из законов сохранения масс и тепла на границе фазового перехода «газогидрат – газ».

Рассмотрим плоский слой гидрата исходной толщины  $a_0$  и температуры  $T_0$ , помещенный в атмосферу с окислителем. Температуру и давление атмосферы положим равными  $T_a$  и  $p_a$ . При этом будем полагать  $T_a > T_s(p_a)$ , где  $T_s(p_a)$  – равновесная температура гидратообразования, соответствующая давлению  $p_a$ . Тогда из-за превышения температуры атмосферы равновесной температуры гидратообразования при данном давлении газогидрат метана начинает разлагаться на метан и воду. Таким образом, в некотором слое вблизи газогидрата будет присутствовать топливо – метан (достаточное для возгорания

Будем полагать, что система состоит из двух областей, одна из которых ( $0 \leq z \leq z_{(s)}$ ) содержит газогидрат, а другая ( $z > z_{(s)}$ ) соответствует газовой фазе. Координата  $z_{(s)}$  – соответствует границе фазового перехода «газогидрат – газ». Система основных уравнений для области ( $z > z_{(s)}$ ), представляет собой уравнения неразрывности для газовой смеси в целом и каждого ее компонента,

притока тепла и закон Дальтона. Для нахождения температуры в газогидрате ( $0 < z \leq z_{(s)}$ ) используется уравнение теплопроводности. Кроме того, систему уравнений дополняется условиями баланса массы и тепла на границе фазового перехода  $z = z_{(s)}$  между поверхностью газогидрата и газовой смеси, а также начально-граничными условиями.

Из рисунка следует, что температура в области газогидрата меняется незначительно. При этом температура в газе при движении от границы фазового перехода сначала возрастает, а затем убывает до исходной. Это обусловлено тем, что наибольшая температура наблюдается в точке, координата которой соответствует фронту горения. Температура на пике достигает значения порядка 2000 К, что соответствует фронту пламени.



### Список литературы:

- [1] . Nakoryakov V. E., Misyura S.Ya., Elistratov S. L., Manakov A. Yu., and Sizikov A. A. Methane Combustion in Hydrate Systems: Water–Methane and Water–Methane–Isopropanol // Journal of Engineering Thermophysics. 2013. Vol. 22, No. 3. P. 169–173.
- [2] Misyura S.Y. Efficiency of methane hydrate combustion for different types of oxidizer flow // Energy. 2016. Vol. 103. P. 430–439.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00526

## Экспериментальное исследование режимов неустойчивости двухфазного потока в дистилляционной колонне<sup>1</sup>

Гогонин И.И., Катаев А.И., Сосунов В.И.

Институт теплофизики СО РАН г.Новосибирск

Классическая зависимость числа единиц переноса от приведенной скорости пара имеет ярко выраженный минимум. При  $u / \bar{u}_{cr} \geq 0.8$  начинается многократное ухудшение процесса разделения в насадке. Хорошо известно, что при этих условиях начинается процесс захлебывания. Режим захлебывания характеризуется образованием сплошного слоя жидкости над насадкой через который барботируется пар.

Данная работа посвящена исследованию режимов захлебывания. Она проводилась на слоях фреонов, которые позволяют хорошо моделировать процессы, происходящие в криогенных колоннах. Переменными параметрами в наших опытах являлись: геометрические характеристики насадок, давление в колонне, отношение потока пара к потоку жидкости ( $L / \bar{V}$ ).

Результаты исследования хорошо обобщаются в безразмерных координатах.

<sup>1</sup> Работа выполнена по договору между Институтом теплофизики и американской компанией Air Products.

## Математическая модель конденсации оксида алюминия в соплах

Груздь С.А., Корепанов М.А.

УдГУ, г.Ижевск,  
УФИЦ УрО РАН, г.Ижевск

В состав многих современных ракетных топлив входит алюминиевый порошок, который при горении хорошо увеличивает удельный импульс, однако у него есть один существенный недостаток - образование оксида алюминия при сгорании. При движении потока по соплу температура движущихся газов существенно падает, что приводит к образованию конденсированной фазы оксида алюминия. Нарушение гомогенности состава продуктов сгорания приводит к скачкам таких параметров как температура и давление потока. К тому же, движущемуся со сверхзвуковой скоростью потоку труднее уносить с собой капли конденсата. Все это приводит к существенному уменьшению тяги [1].

Основной задачей этой проблемы стоит оптимальный подбор параметров топлива, а также геометрии сопла таким образом, чтобы образующиеся зародыши оксида алюминия были как можно меньшего размера и всю смесь в целом можно было бы считать гомогенной. Реальные эксперименты в этой области отличаются большими материальными затратами, в связи с чем разработка математической модели расчета параметров сверхзвукового потока с учетом зародышей капель оксида алюминия очень важна [2-3]. В работе представлена подобная модель, которая включает в себя два этапа. На первом этапе рассчитывается состав продуктов сгорания алюминия в среде аргона. Расчеты позволяют получить распределение образующихся кластеров оксида по размерам. Появление сверхкритического кластера в составе продуктов сгорания приводит к началу спонтанной конденсации, которая рассчитывается уже на втором этапе.

Разработанная модель позволяет точно уловить начало спонтанной конденсации и получить размеры сверхкритических кластеров которые приводят к "обрушению" системы.

Разработка моделей расчета конденсации оксида алюминия осложнены тем, что в газовой фазе этого оксида не существует, из-за чего все стандартные математические модели подобных задач тут не применимы, необходимо учитывать особенности появления зародышей за счет слияния других окислов алюминия [2].

Результаты, полученные на экспериментальных уменьшенных моделях не всегда согласуются с данными полученными на больших оригинальных соплах, из-за того что в малых конденсация в потоке не успевает происходить. Предложенная математическая модель, учитывающая скорость образования зародышей [4-5], показала что действительно в соплах с подобной геометрией конденсация ведет себя по разному. Параметры на выходе из сопла меняются не пропорционально увеличению размеров.

В результатах численных экспериментов получены значения парциальных давлений компонентов продуктов сгорания, в том числе и доля оксида алюминия. Имеются графики изменения температуры и суммарного давления сверхзвукового потока в соплах разной геометрии.

### Список литературы:

- [1] Похил П. Ф., Беляев А. Ф., Фролов Ю. В., Логачев В. С., Коротков А. И. Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972. 294 с.
- [2] Сандарам Д., Янг В., Зарко В. Е. Горение наночастиц алюминия (Обзор) // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51, № 2. С. 37-63.
- [3] Анисимов М. П. Нуклеация: теория и эксперимент // Успехи химии. 2003. Т. 72, № 7. С. 664-705.
- [4] Korepanov, M. A., & Gruzdy, S. A. (2016). Mathematical modeling of flow with homogeneous condensation. In *Applied Mathematical Models and Experimental Approaches in Chemical Science* (pp. 305–332). Apple Academic Press. <https://doi.org/10.1201/9781315366203>.
- [5] Корепанов М.А., Груздь С.А. Математическое моделирование гомогенной конденсации оксида алюминия в среде аргона // Химическая физика и мезоскопия. 2019. Т. 21. №2. С. 218-226.

## Распространение волн в высокопроницаемом слое в пористой среде, пересекаемом заполненной жидкостью цилиндрической полостью<sup>1</sup>

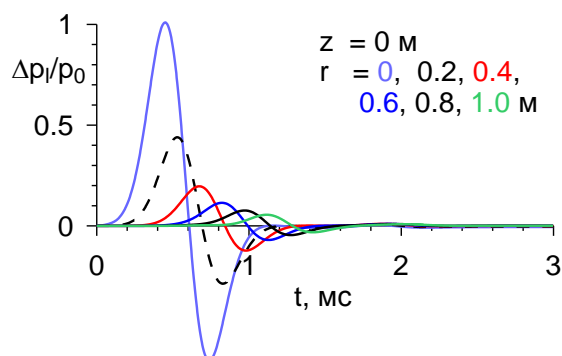
Губайдуллин А. А.<sup>\*\*\*</sup>, Болдырева О. Ю.<sup>\*</sup>, Дудко Д.Н.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень

<sup>\*\*</sup>Тюменский государственный университет, Тюмень

Численно исследованы особенности волн, распространяющихся в высокопроницаемом слое в пористой среде, пересекаемом заполненной жидкостью цилиндрической полостью.

Двухмерная задача об эволюции импульса давления решалась численно в рамках двухфазной с двумя скоростями модели пористой среды. Рассмотрена постановка задачи с цилиндрической и плоской симметрией, проведено сравнение полученных результатов. Исследовано влияние соотношения проницаемостей слоя и окружающей пористой среды, а также характерной частоты исходного сигнала на эволюцию волны давления внутри цилиндрической полости, внутри слоя и в окружающем пористом пространстве.



На рисунке показано изменение давления в жидкости при распространении сигнала внутри высокопроницаемого слоя. Были получены оценки скорости и затухания для волн давления, распространяющихся в волноводе.

<sup>1</sup> Исследование проводилось в рамках программы фундаментальных научных исследований государственных Академий наук на 2013–2020 годы (проект No. АААА-А17-117030610130-1).

## Акустические ловушки в резонаторе<sup>1</sup>

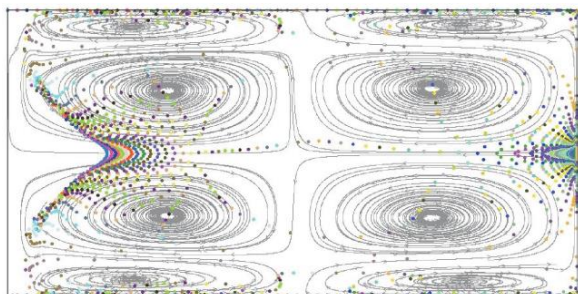
Губайдуллин Д.А.\*, Осипов П.П.\*, Насыров Р.Р.\*

\*Институт механики и машиностроения ФИЦ КНЦ РАН, Казань

При очистке газа от дисперсных частиц используются акустические поля. Исследование влияния волновых полей на взвешенные в газе частицы позволяет управлять их пространственным распределением за счет выбора параметров акустического воздействия. Помимо переноса акустическим течением происходит дрейф частиц, вызванный неоднородностью поля скорости газа. Для создания акустических полей используют резонатор, представляющий собой трубу, на границе которой возбуждаются гармонические колебания. При резонансных частотах в этих трубах образуется стоячая волна. Теоретические основы волновых технологий очистки и коагуляции представлены в [1, 2]. В [3] приведен обзор экспериментальных работ по нелинейным колебаниям газа в открытом и закрытом резонаторах.

В данной работе численно исследуется плоская задача о дрейфе группы частиц в стоячей волне прямоугольного резонатора, индуцируемой гармоническими колебаниями левой границы на первой резонансной частоте. Исследовано влияние коэффициента увлечения частиц на динамику и распределение частиц в резонаторе.

При определенных коэффициентах увлечения обнаружены области акустического захвата частиц. В этих областях собственный дрейф частицы уравнивается переносом акустическим течением. Показано, что частицы имеют общую тенденцию дрейфа к стенкам резонатора, где скорость газа минимальна.



Обнаружено, что при определенных коэффициентах увлечения в двумерном закрытом резонаторе возникают зоны повышенной концентрации дисперсных частиц. Общая тенденция дрейфа заключается в том, что частицы скапливаются около неподвижных стенок резонатора, а также в некоторых зонах внутри резонатора. В этих зонах перенос акустического течения компенсируется собственным дрейфом частиц. В данной работе исследовано акустическое поле, близкое к стоячей волне. В этом случае в двумерном закрытом резонаторе образуются четыре вихря Шлихтинга и четыре вихря Рэлея. Максимальная скорость дрейфа частиц достигается на границе между вихрями Шлихтинга и Рэлея.

### Список литературы:

- [1] Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред М.: Наука, 1987. 464 с.
- [2] Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. М: R&C Dynamics, 2011. 780 с.
- [3] Ilgamov M.A., Zaripov R.G., Galiullin R.G., and Repin V. B. Non-linear oscillations of a gas in a tube // Appl. Mech. Rev. 1996. Vol. 49, No. 3. P. 137–154.
- [4] Губайдуллин Д.А., Осипов П.П., Насыров Р.Р. Влияние положения частицы и коэффициента увлечения на скорость дрейфа в акустическом резонаторе // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 2. С. 400–404.
- [5] Губайдуллин Д.А., Осипов П.П., Насыров Р.Р. Влияние коэффициента увлечения частиц на их распределение в двумерном акустическом резонаторе // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91. № 3. С. 734 – 742.
- [6] Gubaidullin D.A., Osipov P.P., Nasyrov R.R. Particle drift with account of the acoustic flow in 2D resonator // Journal of Physics: Conference series. 2018. V. 1058, № 012056.

<sup>1</sup> Финансирование работы: грант РФФИ № 19-01-00442



## Разработка эталонной расходомерной установки для потоков газожидкостных смесей<sup>1</sup>

Давлетшин И.А.<sup>\*</sup>, Михеев А.Н.<sup>\*</sup>, Михеев Н.И.<sup>\*</sup>, Кратиров Д.В.<sup>\*\*</sup>

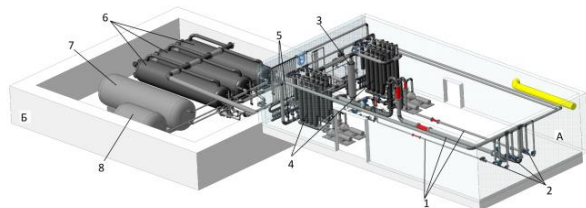
<sup>\*</sup>ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

<sup>\*\*</sup>НПП Ирвис, Казань

Измерения расхода многофазных течений является чрезвычайно актуальной задачей в нефтегазовой промышленности [1-3]. Такие измерения можно охарактеризовать как одновременное определение расходов газа, нефти и воды, смешанных в единый поток, при постоянно меняющемся составе и объемных долях компонентов. Многофазные расходомеры активно используются в нефтедобыче на шельфе при транспортировке многофазной смеси до платформы или до берега и для оптимизации эксплуатации скважин [1, 2].

Эффективная работа расходомеров невозможна без периодических проверок их характеристик на эталонных установках. Такие установки являются довольно сложными и дорогостоящими капитальными сооружениями. Они должны обеспечивать стабильные расходы компонентов смеси и их соотношения. Достижение высоких метрологических показателей таких установок является непростой задачей.

В данной работе рассмотрены основные подходы к разработке эталонной расходомерной установки. Предлагается установка, состоящая из следующих основных узлов и систем: измерительные линии 1, смесители 2, газоотделитель 3, дожимной компрессор 4, дозаторы компонентов 5, сепаратор 6, емкость для воды 7, технологическая емкость 8, насосы.



Установка имеет замкнутые контуры по циркуляции компонентов двухфазной трехкомпонентной смеси «вода+имитатор нефти+газ». В качестве имитатора нефти используется органический растворитель Eххsol D100, в качестве газа – воздух. Установка рассчитана на обеспечение следующих

расходных характеристик: по воде – до 300 т/ч, по Eххsol – до 300 т/ч, по воздуху – до 25000 норм. м<sup>3</sup>/ч. Ключевые решения при разработке эталонной установки приняты на основе предварительных расчетных и экспериментальных исследований. Эксперименты проводились на специально разработанных модельных установках.

Важнейшим узлом установки является дожимной компрессор, который повышает давление газа в установке и обеспечивает его циркуляцию. Этот процесс здесь предлагается осуществлять экономичным и надежным гидроструйным аппаратом [4]. Исследованиями на модельной установке были уточнены расходно-напорная характеристика и геометрия дожимного компрессора.

Следующим важнейшим узлом является сепаратор жидких компонентов, который обеспечивает стабильность расходов компонентов смеси. Экспериментальными исследованиями здесь определены критические значения расходов, предложены устройства и геометрия сепаратора, повышающие полноту сепарации смеси.

Получены данные по структуре течения многокомпонентных смесей и гидравлических потерь в канале. Результаты исследований использованы при разработке эталонной расходомерной установки.

### Список литературы:

- [1] A. F. van den Heuvel, et al., Are Multiphase Flow Meters ready for calibration? in Proceedings of the Milestones in Metrology, Venice, Italy, May 2012.
- [2] Falcone, Gioia, Geoffrey Hewitt, and Claudio Alimonti. Multiphase flow metering: principles and applications. Developments in Petroleum Science. Vol. 54. Elsevier, 2009.
- [3] Thorn R, Johansen G A, Hammer E A, Three-phase flow measurement in the offshore industry. Is there a place for process tomography? 1st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester, April 14-17, 1999.
- [4] Лямаев Б.Ф. Гидроструйные насосы и установки. Л.: Машиностроение. Ленинградское отд-е, 1988. 256 с.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-48-160016

## Особенности разработки гидратного пласта при тепловом воздействии<sup>1</sup>

Давлетшина М.Р.

УГНТУ, Уфа

Разработка газогидратных залежей и добыча газа из газогидрата является перспективной задачей. Это связано с широкой распространенностью газогидратных запасов в Мировом океане и в зоне вечной мерзлоты [1,2]. Сегодня наиболее актуальными являются вопросы добычи газа при минимизации издержек и повышении эффективности технологий добычи газа [3-5].

В данной работе рассматривается задача о возможности добычи газа из газогидратного пласта при тепловом воздействии [6,7]. Предложена технологическая схема, и на ее основе построена математическая модель, описывающая нагревание и одновременный отбор газа в комбинированную скважину, состоящую из двух соосных труб. По данной схеме в межтрубный канал подается теплоноситель, например, теплая вода, а внутренняя скважина сообщается с пластом и туда поступает образовавшийся при термическом воздействии, газ (рис.1). Рассматривается однородный пористый пласт, насыщенный в исходном состоянии гидратом метана.

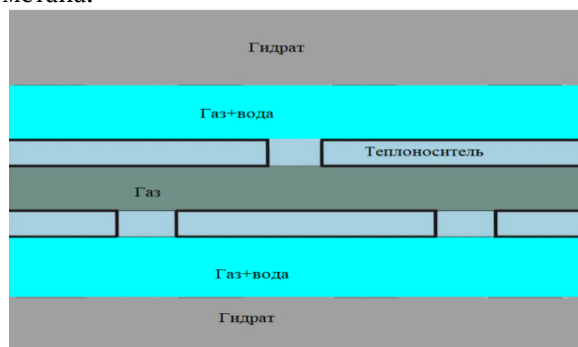


Рис. 1 Технологическая схема

Численным моделированием, а также на основе полученных аналитических решений данной математической модели исследовано влияние температуры теплоносителя и гидратонасыщенности пласта на характер движения фронта разложения и на выход газа. Проведен анализ эффективности предлагаемого способа добычи газа. В результате исследования установлено, что при пористости пласта не менее десяти процентов, коэффициент

энергоэффективности составляет величину порядка десяти. Эффективность здесь характеризуется как отношение теплотворной способности добытого метана к энергозатратам на его извлечение. Причем, с увеличением гидратосодержания пласта эта величина растет. Например, при двукратном увеличении гидратосодержания пласта энергоэффективность растет примерно на десять процентов. Проведено численное решение исходной системы дифференциальных уравнений частных производных по явной схеме методом ловли фронта в узел пространственной сетки. В осесимметричной постановке с фронтальной границей фазовых переходов построены решения, характеризующие поля температур, динамику движения границы разложения и массового расхода газа. Сравнение численных решений с аналитическими показало, что они неплохо согласуются для малых времен.

В результате исследования получены решения, которые позволяют анализировать различные режимы теплового воздействия с точки зрения энергоэффективности добычи газа и целесообразности освоения таких залежей.

### Список литературы:

- [1] Макогон Ю.Ф. Газогидраты. История изучения и перспективы освоения // Геология и полезные ископаемые Мирового океана. – 2010. – № 2. – С. 5-21.
- [2] Nair V.C., Gupta P., Sangwai J.S. Gas Hydrates as a Potential Energy Resource for Energy Sustainability // Sustainable Energy Technology and Policies. – 2018. – Vol. 1. – pp. 265-287.
- [3] Черский Н.В., Бондарев Э.А. О тепловом методе разработки газогидратных месторождений // Докл. АН СССР. – 1972. – Т. 203. – № 3. – С. 550-552.
- [4] Цыпкин Г.Г. Влияние разложения газового гидрата на добычу газа из пласта, содержащего гидрат и газ в свободном состоянии // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2005. – № 1. – С. 132-142.
- [5] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Сыртланов В.Р. Автомодельная задача о разложении газогидратов в пористой среде при депрессии и нагреве // Прикладная механика и техническая физика. – 1998. – Т. 39. – № 3. – С. 111-118.
- [6] Шагапов В.Ш., Сыртланов В.Р., Галиакбарова Э.В. О разложении гидратов в пористой среде, заполненной гидратом и газом, при тепловом и депрессионном воздействии // Итоги исследований ИММС СО РАН. – Тюмень. – 1997. – № 7. – С. 140-151.
- [7] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Сыртланов В.Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – Т. 50. – № 4. – С. 100-111.
- [8] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; – Ч. 2. – 360.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ МД -2179.2020.1

## Фильтрация суспензии в пористой среде

Димов С.В.

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

При фильтрации суспензии через пористую среду часть частиц удерживается внутри нее, в результате проницаемость и пористость среды уменьшается. Процесс коагуляции (удержания частиц суспензии) зависит от размеров частиц, каналов пористой среды; физико-химических свойств частиц и поверхности пористой среды.

Целью работы экспериментально исследовать изменение проницаемости и пористости монодисперсной засыпки шаров при фильтрации водоглицеринового раствора с алюмосиликатными микросферами примерно одинакового размера. В процессе эксперимента производились измерения расхода, локальные измерения перепада давления, входная и выходная концентрация частиц суспензии для

пяти отношений среднего диаметра частиц суспензии к шару засыпки в диапазоне  $0.046 \leq d/D \leq 0.109$ . Здесь  $d$  – диаметр фильтруемых частиц, а  $D$  – характерный размер гранул пористой среды. Также после окончания эксперимента определялось количество удержанных частиц пористой средой на участках измерения перепада давления.

Полученные экспериментальные результаты сравнивались с существующими теориями фильтрации суспензий, определены эмпирические зависимости изменения проницаемости от соотношения диаметров частиц суспензии и шаров засыпки, от объема удержанных пористой средой частиц суспензии.

## Соотношения между градиентами перемещения

Дуйшеналиев Т.Б.\*, Меркурьев И.В.\*, Дуйшембиев А.С.\*\*

\* Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

\*\* Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Бишкек

Векторы перемещения обычно задаются в следующих двух видах [1]:

$$u_i(X_1, X_2, X_3) = x_i - X_i(X_1, X_2, X_3), \quad x_i \in V, \quad (1)$$

$$u_i(X_1, X_2, X_3) = x_i(X_1, X_2, X_3) - X_i, \quad X_i \in V, \quad (2)$$

где  $X_i$  и  $x_i$  - координаты начала и конца вектора перемещения  $u_i$ . Пусть функции  $u_i$  однозначны и имеют непрерывные частные производные по координатам. Обозначим, соответственно, через  $e$ ,  $g$  пространственный и материальный градиенты перемещения, и напишем выражения (1), (2) в дифференциальной форме:

$$du = e \cdot dx, \quad (3)$$

$$du = g \cdot dX. \quad (4)$$

Уравнения (1), (2) также представим в дифференциальной форме:

$$dX = (\delta - e) \cdot dx, \quad (5)$$

$$dx = (\delta + g) \cdot dX, \quad (6)$$

где  $\delta$  - тензор Кронекера. Последние два уравнения можно написать и так:

$$dx = (\delta - \varepsilon)^{-1} \cdot dX,$$

$$dX = (\delta + \varepsilon)^{-1} \cdot dx.$$

Подставим это в уравнения (3), (4):

$$du = e \cdot (\delta - \varepsilon)^{-1} \cdot dX, \quad (7)$$

$$du = g \cdot (\delta + g)^{-1} \cdot dx. \quad (8)$$

Из уравнений (3), (8) и (4), (7) следуют:

$$e = g \cdot (\delta + g)^{-1}, \quad (9)$$

$$g = e \cdot (\delta - e)^{-1}. \quad (10)$$

Роль этих соотношений неопределима в тех случаях, когда изучаемое преобразование не обращается. Допустим, преобразование дано в координатах  $X_i$  и не найдено его обращение. В таком случае, пространственный градиент остается не определенным. Неопределимыми становятся и деформации, вычисляемые элементами пространственного градиента перемещения. При таком положении вещей роль соотношения (9) неопределима, ибо оно определяет пространственный градиент, тем самым, делает вычисляемыми те уравнения, в которых фигурируют элементы этого градиента. Рассмотрим преобразование:

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}, \\ x_2 &= \arccos(X_3 / \sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}), \\ x_3 &= \arctg(X_2 / X_1), \quad X_i \in V. \end{aligned} \quad (11)$$

Пусть в области  $V$ , где определены уравнения (11), удовлетворено условие однозначности кру-

говых функций. Этому преобразованию соответствуют функции перемещения:

$$u_1 = \sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)} - X_1,$$

$$u_2 = \arccos(X_3 / \sqrt{(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}) - X_2,$$

$$u_3 = \arctg(X_2 / X_1) - X_3. \quad (12)$$

В любой точке области  $V$  можно определить материальный градиент перемещения. Вычислим его в точке с координатами:

$$X_1 = 5, \quad X_2 = 2.5, \quad X_3 = 9 \quad (13)$$

$$g = \begin{pmatrix} -0.528 & 0.236 & 0.849 \\ 0.072 & -0.964 & -0.05 \\ -0.08 & 0.16 & -1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Преобразование (11) обратимо:

$$X_1 = x_1 \sin x_2 \cos x_3, \quad X_2 = x_1 \sin x_2 \sin x_3, \quad X_3 = x_1 \cos x_2. \quad (15)$$

Функции перемещения этого преобразования:

$$u_i = x_i - X_i(x_1, x_2, x_3). \quad (16)$$

Пространственный градиент перемещения:

$$e_{ij} = \partial u_i / \partial x_j. \quad (17)$$

Определим из преобразования (11) пространственные координаты:

$$x_1 = 10.595, \quad x_2 = 0.555, \quad x_3 = 0.464, \quad (18)$$

соответствующие материальным координатам (13). Непосредственное вычисление пространственного градиента (17) в точке (18) приводит к тензору:

$$e = \begin{pmatrix} 0.528 & -8.05 & 2.5 \\ -0.236 & -3.025 & -5 \\ -0.849 & 5.59 & 1 \end{pmatrix}$$

К этому же тензору приходим и из уравнения (9):

$$e = g \cdot (\delta + g)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.528 & -8.05 & 2.5 \\ -0.236 & -3.025 & -5 \\ -0.849 & 5.59 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычисления пространственного градиента соотношением (9) не требует нахождения поля перемещения (16), а также обращения преобразования (11). Это определение проводимо и для преобразований, обращения которых не известны.

### Список литературы:

- [1] Дуйшеналиев Т.Б. Неклассические решения механики деформируемого тела. - М.: Издательство МЭИ, 2017. - 400 с.

## Трехмерное моделирование истечения свободной незатопленной струи из пожарного сопла

Еникеев Г.Г.\*, Абдулин А.Я.\*\*\*, Касаткин А.А.\*

\*ФГБОУ ВО УГАТУ, Уфа

\*\*ООО НТЦ «Геомеханика», Уфа

Задача трехмерного моделирования истечения незатопленной струи из сопла пожарного ствола является актуальной, т.к. позволяет определить геометрию сопла и характеристики многофазного течения уже на стадии проектирования. В конечном итоге за счет моделирования сокращается время доводки и объем испытаний.

Основными критериями при проектировании пожарного сопла и нагнетающего насоса являются скорость, дальность и компактность струи для эффективного тушения пожара и безопасности вертолета при тушении очагов возгорания в высотных зданиях.

Рабочий процесс истечения водяной струи из сопла в воздушную среду представляет собой многофазное течение – моделируются вода в жидком состоянии, пары воды и воздух. В процессе взаимодействия сплошной струи жидкости с воздухом в результате трения, а также воздушного сопротивления, происходит отделение капле жидкости от сплошной струи, что серьезно усложняет задачу трехмерного моделирования. Кроме того, происходит испарение отделившихся капле и образование паров воды.

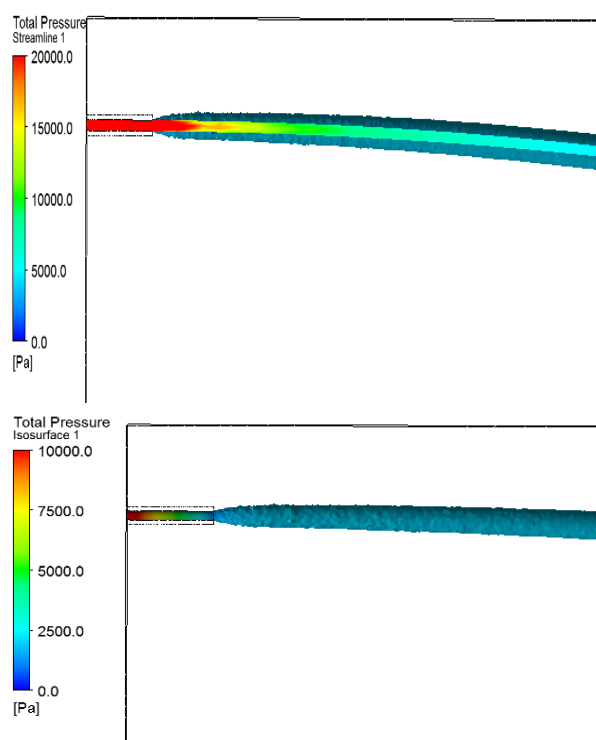
Учет всего многообразия физических процессов представляет большую сложность при моделировании, и не все факторы оказывают существенное влияние на картину течения.

В качестве программного комплекса выбран пакет ANSYS Fluent, т.к. в нем есть принципиальная возможность выполнить постановку задачи с учетом многообразия вышеперечисленных физических процессов. Необходимо также провести объективную оценку влияния факторов на результаты моделирования течения пожарной струи и исключить из моделирования процессы, которые несущественно влияют на конечные результаты.

В задачу моделирования входят следующие уравнения: уравнение неразрывности; уравнение импульсов (количества движения); уравнение энергии; уравнения модели турбулентности; уравнение модели свободной поверхности; модель отделения капле; уравнения движения

дисперсной фазы; уравнение модели испарения капле.

На текущем этапе проведено моделирование сплошной струи, без разбиения на капле, при этом в водяную струю проникает воздух, в результате чего часть энергии струи тратится на преодоление сопротивления воздуха и трение (см. рисунок). На последующих этапах предполагается совершенствование модели с учетом разбиения сплошной струи на капле и рассматривается задача о расчете дальности струи при истечении из стандартного суживающегося сопла диаметром 25, 28 и 30 мм, по которым имеются экспериментальные результаты по дальности для определенных давлений и расходов.



## Гидродинамическое моделирование на тороидальной сетке в задачах оптимизации систем разработки

Жонин А.В., Мартынова Ю.В.

ООО «РН-БашНИПИнефть», Уфа

В работе предложен подход к гидродинамическому моделированию с использованием тороидальной сетки для задач выбора систем разработки. Традиционно данная задача решается путем реплицирования элемента разработки в гидродинамической модели, при этом коэффициент извлечения нефти и удельный чистый дисконтированный доход на гектар берутся только для центрального элемента [1]. Недостатками такого метода являются кратный рост количества ячеек в модели, соответствующее увеличение времени счета, необходимость контроля точности решения на центральном элементе путем изменения количества репликаций. Отметим, что для получения точного решения необходимо бесконечное количество репликаций элемента разработки в модели.

Для устранения указанных недостатков предлагается подход, идея которого состоит в том, что тороидальная топология гидродинамической сетки, полученная путем склейки противоположных граней, с точки зрения решения эквивалентна модели с бесконечным количеством репликаций на плоскости. Это обеспечивает максимальную точность решения. Одновременно с этим количество ячеек в такой модели, учитывая способ построения, всегда будет меньше традиционной модели с репликациями. Коэффициент извлечения нефти  $RF$  и удельный чистый дисконтированный доход на гектар  $NPV_{ha}$  рассчитываются тривиально для всей модели по формулам:

$$RF(t) = \frac{Q(t)}{Q_{geo}}, NPV_{ha}(t) = \frac{NPV(t)}{A},$$

где  $Q(t)$  – накопленная добыча нефти,  $Q_{geo}$  – геологические запасы нефти,  $A$  – площадь разработки.

В корпоративном гидродинамическом симуляторе «РН-КИМ» для создания тороидальной топологии гидродинамической сетки используется ключевое слово, задающее связи между несоседними ячейками. При этом проводимость для данных связей должна быть равна проводимости между соседними ячейками на каждом слое.

Проведено тестирование предлагаемого подхода для типовых систем разработки на слоистых однородных моделях, для которых проводимость между соседними ячейками на  $i$ -ом слое рассчитывается по формуле:

$$Trans = \frac{CDarcy \cdot DY \cdot DZ \cdot NTG_i \cdot PermX_i}{DX},$$

$CDarcy = 0.0085$  – константа Дарси,  $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$  – размеры ячеек,  $NTG_i$  – песчаность на  $i$ -ом слое,  $PermX_i$  – абсолютная проницаемость в направлении  $X$  на  $i$ -ом слое.

В работе показаны примеры моделирования следующих систем разработки: рядная лобовая система, девятиточечная система с трещинами гидроразрыва пласта, система с горизонтальными скважинами с многостадийными трещинами гидроразрыва пласта. Для всех случаев в традиционном варианте моделирования использовалась репликация  $3 \times 3$ . Сравнение расчетов показало хорошую сходимость нового подхода с использованием тороидальной сетки и традиционного с использованием реплицирования. Показаны преимущества подхода: точность, существенное ускорение времени расчетов, корректная работа экономических опций.

В работе также обсуждается постановка задачи в случае, когда необходимо учитывать латерально-неоднородную геологию, модель должна быть также тороидально замкнута. Такая геологическая модель может быть естественным образом получена спектральным моделированием. Вопрос согласования размеров геологической и гидродинамической моделей решается путем вложения нескольких элементов разработки в один геологический сектор.

### Список литературы

- [1] Р.Р. Галеев, А.М. Зорин, А.В. Колонских, Г.И. Хабибуллин, Т.Р. Музабиров, И.В. Судеев. Выбор оптимальной системы разработки низкопроницаемых пластов с применением горизонтальных скважин с множественными трещинами гидроразрыва // Нефтяное хозяйство. – 2013. – №10. – С. 62–65.

## Об оценке ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении центробежными и аэродинамическими силами

Завойчинская Э.Б.

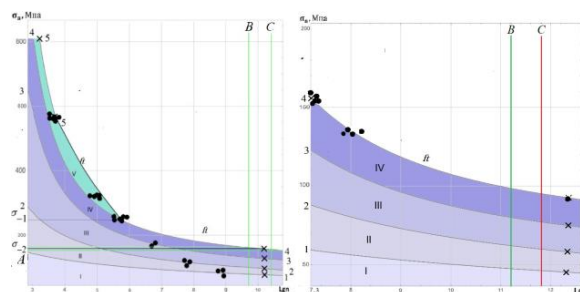
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В докладе предлагается метод оценки ресурса охлаждаемых лопаток газотурбинных двигателей, учитывающий их осевые вынужденные резонансные колебания. При заданных параметрах: геометрии лопаток и диска, числе лопаток, частоте вращения диска и характеристиках потока газа, определяется постоянная составляющая осевого напряжения и область ее наибольших значений. Рассматривая разные прогибы лопатки, из решения задачи изгиба консольной балки, жестко закрепленной в обод диска, без связей, определяются амплитуды колебаний. Метод основывается на теории масштабно-структурного разрушения материала [1,2], согласно которой стохастический процесс разрушения рассматривается на шести уровнях, отвечающих разным стадиям эволюции материала по различным физическим механизмам, для которых определяется иерархическая система соотношений для вероятности разрушения. Проводится идентификация базовых констант в областях многоциклового и гигациклового усталости. Строятся кривые усталости по уровням дефектности. Метод подтверждается сравнением теоретических результатов с известными данными эксплуатации и фрактографических исследований поврежденных лопаток из алюминиевых и никелевого сплавов [3-5].

Для алюминиевого сплава ВД17 [1] на рис.1 (1) представлены расчетные кривые усталости по четырем уровням дефектности при симметричном нагружении при  $N \in [2 \cdot 10^7, 2 \cdot 10^{12}]$  циклов. В результате анализа данных [1] получено, что в разрушенных лопатках при наработке около 18 000 часов (линия В на рис. 1 (1)) имела место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации, в среднем, равным  $K = 4.7$ , вероятно, возникшая из-за резонансных колебаний. Найдены амплитуды напряжений возможного образования микро- и коротких трещин и макроразрушения при наработке 50 000 часов (линия С на рис. (1)).

Проведен расчет лопатки турбокомпрессора из никелевого сплава ЖС6К по данным [1]. Определены области развития дефектов пяти

уровней в диапазоне по числу  $N \in [2 \cdot 10^3, 2 \cdot 10^{10}]$  циклов при симметричном нагружении и с асимметрией цикла. Получено, что при прогибе  $w = 1.7$  мм в лопатках возможно зарождение дефектов четвертого уровня (коротких трещин). При прогибе  $w = 2.5$  мм и числе циклов  $N = 5 \cdot 10^9$  циклов, возможно макро-разрушение по коротким трещинам. По модели установлено, что при наработке 370-1670 часов ( $N_f \in (0.53 - 2.4) \cdot 10^{10}$  циклов) возможно макро-разрушение в интервале предельных амплитуд  $\sigma_f \in [155, 165]$  МПа (линии В и С на рис. (2)). Из проведенных расчетов следует, что в разрушенных лопатках с большой вероятностью возникли резонансные колебания с амплитудой, в 3.3 раза превышающей номинальную расчетную амплитуду вынужденных колебаний.



### Список литературы:

- [1] Завойчинская, Э.Б. Усталостное масштабно-структурное разрушение и долговечность конструкций при пропорциональных процессах нагружения: автореф. дис. докт. физ.-мат. наук. М.: Генезис. 2018. 46 с.
- [2] Zavoychinskaya E.B. On the Theory of Scale Structural Fatigue of Metals at the Proportional Loading// J. Physics. 2020. v. 1431, pp. 012024-012032.
- [3] Шанявский А.А. Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации. Уфа: Изд.н.-т. лит-ры "Монография", 2007. 500с.
- [4] Bathias C., Paris P.C., Huang Z., Wagner D. Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue. Acta Materialia. 2010. V.58. p.60466054.
- [5] Burago N., Nikitin I. Multiaxial Fatigue Criteria and Durability of Titanium Compressor Disks in Low- and Very-high-cycle Fatigue Modes //Math. Modeling and Optimization of Complex Structures, Computational Methods in Applied Sciences 40, Springer, 2016. p. 117-130.



## Моделирование процесса всплытия капли методом фазового поля<sup>1</sup>

Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П., Воробьев А.М.

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Полное и быстрое смешивание является частым предварительным требованием для химических взаимодействий, и поэтому очень желательно в большинстве химических технологических процессов. В частности, известно, что медленная и ограниченная смешиваемость газообразных частиц в жидкостях ограничивает скорость реакции и количество реагентов, участвующих в процессе, что приводит к интенсивному поступлению реагентов и, таким образом, к проблемам отделения продуктов от непрореагировавших исходных веществ. Для увеличения площади контакта фаз реагенты могут подаваться в заполненный жидкостью реактор в виде мелких включений жидкости. В связи с этим, вызывает интерес поведение малой капли жидкости погруженной в другую жидкость, при условии слабой смешиваемости данных жидкостей. Мы проводим прямое численное исследование поднимающейся капли с различными величинами сил поверхностного натяжения, чтобы понять минимальный уровень поверхностного натяжения для капли, при котором она остается стабильной. Численное исследование проводится с использованием двух альтернативных подходов. В первом подходе используется классическое (традиционное) представление для смешиваемых жидкостей, моделирующее гидродинамическую эволюцию смеси на основе уравнений однофазной жидкости с примесью. В рамках классического подхода вводится поле концентрации для выделения компонентов смеси и решаются гидродинамические уравнения с добавлением уравнения

переноса для отслеживания временной эволюции. В рамках этого подхода граница раздела представляется в виде диффузионной границы с нулевым поверхностным натяжением. Вторым подходом - это модель фазового поля, которая позволяет добавлять эффекты поверхностного натяжения даже для отслеживания динамики смешиваемых границ.

Моделирование проводится для насыщенной вязкой несжимаемой жидкостью вертикальной трубки, в которой помещена капля другой жидкости. Постановка задачи осесимметричная, капля находится на оси трубки. Система координат выбрана так, чтобы плоскость  $(r, z)$  была вертикальной, а нижней и верхней границам слоя соответствовали координаты  $z = 0$  и  $z = L$ . Расчеты проводились с помощью программы, написанной на языке Fortran, уравнения аппроксимировались методом конечных разностей.

Поверхности раздела между смешиваемыми жидкостями характеризуются низкими (или нулевыми) межфазными напряжениями, которые, по-видимому, играют существенную роль в динамике капли, часто более существенную, чем эффекты, вызванные межфазной диффузией. Наши расчеты показывают, что поверхностное натяжение сохраняет форму капли сферической в течение всего подъема. Снижение сил поверхностного натяжения приводит к появлению капель и хвоста из материала, который соскользнул с передней кромки капли. Найдено также, что в течение короткого промежутка времени влияние поверхностного натяжения на динамику капли более существенно, чем роль межфазной диффузии

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-01-00782).



# Экспериментальное изучение влияния акустического поля на несмешивающееся вытеснение в поровом дублете<sup>1</sup>

Замула Ю.С., Батыршин Э.С., Питюк Ю.А.

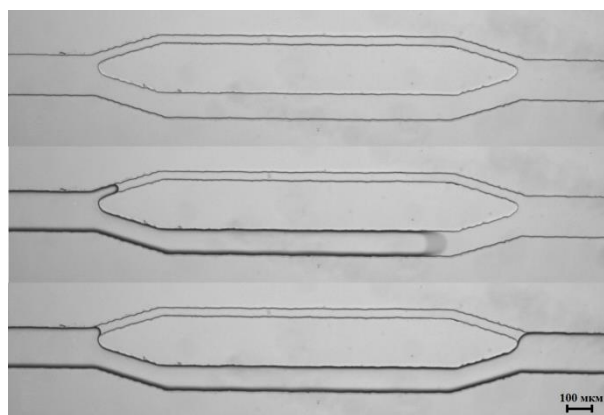
Башкирский государственный университет, Уфа

Свойства многофазных течений в пористых средах определяются значительным количеством параметров, которые характеризуют структуру и свойства поверхности порового пространства, свойства флюидов, свойства межфазных границ, внешние воздействия на систему и др. Очень часто для детального изучения некоторых механизмов, влияющих на течение, используются упрощенные физические модели. Примером такого упрощения является использование идеализированных физических моделей порового пространства. Примером такой модели является модель порового дублета [1-2], которая представляет собой капилляр, расходящийся на два капилляра различного сечения, которые затем сходятся обратно в один. Данная модель позволяет наглядно изучать влияние вязких и капиллярных сил на процесс вытеснения флюида из порового дублета другим несмешивающимся флюидом. Модель часто используется для решения практических задач важных для нефтегазовой промышленности, индустрии композитных материалов и др.

В настоящей работе модель порового дублета была использована для изучения закономерностей вытеснения жидкости другой несмачивающей жидкостью, газом и пеной. Изучена возможность интенсификации вытеснения при воздействии акустического поля. Сделано сравнение эффективности вытесняющих флюидов.

Для проведения эксперимента было изготовлено полимерное (полидиметилсилоксан - ПДМС) микрофлюидное устройство, содержащее поровый дублет, с использованием стандартных методик [3]. Геометрические параметры порового дублета были следующими: ширина узкого микроканала – 50 мкм, широкого - 100 мкм, высота обоих микроканалов - 32 мкм. Подача флюидов в микроканалы производилась при постоянном давлении, поддерживаемом контроллером давления Parker Benchtop. Визуализация течений в модели производилась с использованием оптического микроскопа Olympus IX-71. Акустическое поле создавалось с помо-

щью пьезоэлемента, приклеенного к микрофлюидному устройству. Питание пьезоэлемента осуществлялось с помощью высокочастотного широкополосного источника T&C Power Conversion AG 1021. Видеорегистрация процессов велась на высокоскоростную камеру Photron FASTCAM SA5.



Поровый дублет предварительно заполнялся силиконовым маслом вязкостью 5 сСт. Вытеснение производилось тремя различными агентами вытеснения: водой, воздухом и пеной. На рисунке показана характерная картина вытеснения силиконового масла водой. Эксперименты с вытеснением проводились при наличии и отсутствии акустического поля. Характеристики вытеснения оценивались из анализа изображений. Сделано сравнение эффективности агентов вытеснения при различных скоростях движения межфазной границы, изучены особенности воздействия акустического поля на процесс вытеснения.

## Список литературы:

- [1] Lundström T. S. et al. Wetting dynamics in multiscale porous media. Porous pore-doublet model, experiment and theory // *AIChE Journal*. – 2008. – Т. 54. – №. 2. – С. 372-380.
- [2] Chatzis I., Dullien F. A. L. Dynamic immiscible displacement mechanisms in pore doublets: theory versus experiment // *Journal of Colloid and Interface Science*. – 1983. – Т. 91. – №. 1. – С. 199-222.
- [3] Xia Y., Whitesides G. M. Soft lithography // *Annual review of materials science*. – 1998. – Т. 28. – №. 1. – С. 153-184.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-20102

## Численное исследование методом граничных элементов динамики пузырькового кластера с примесями твердых частиц в акустическом поле<sup>1</sup>

Зарафутдинов И.А., Питюк Ю.А.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем, БашГУ, Уфа

В данной работе рассматривается совместная динамика пузырьков и твердых сферических частиц при наличии акустического поля в неограниченной идеальной несжимаемой жидкости. Данное исследование представляет практический интерес для очистки поверхности в микроэлектронике и пенной флотации.

Существует множество работ, посвященных исследованию динамики пузырьков и частиц (например, [1]), однако динамика кластера, содержащего несферические пузырьки и твердые сферические частицы, особенно в трехмерном случае, малоисследована, поскольку в большинстве теорий трехмерными эффектами пренебрегают. В связи с этим является актуальной задачей разработка численного подхода для изучения совместной трехмерной динамики деформированных пузырьков и частиц. Для решения задачи был выбран метод граничных элементов для потенциальных течений, описанный авторами настоящей работы в [2]

Рассматривается движение пузырька объема  $V_b$  ограниченного поверхностью  $S_b$  и твердой частицы объема  $V_p$  ограниченной поверхностью  $S_p$  в неограниченной идеальной несжимаемой жидкости. Движение жидкости описывается уравнениями Эйлера.

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla,$$

$p$  – давление,  $\mathbf{v}$  – скорость,  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения свободного падения.

Кроме того, предполагается, что течение потенциальное, то есть  $\mathbf{v} = \nabla \phi$ , где  $\phi$  – потенциал скорости, который удовлетворяет уравнению Лапласа  $\nabla^2 \phi = 0$  и на границе  $S_b$  определяется согласно динамическому условию

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 + \frac{p_\infty - p_g + 2\gamma\kappa}{\rho} + \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in S_b$$

Давление в газе определяется согласно некоторому политропному процессу

$$p_g(t) = p_{g0} \left( \frac{V_0}{V} \right)^\kappa, \quad p_{g0} = p_0 + \frac{2\gamma}{a_0},$$

где  $\kappa$  – средняя кривизна поверхности пузырька,  $\gamma$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Давление в жидкости  $p_\infty$  изменяется согласно действующему акустическому полю и в момент времени  $t$  определяется как

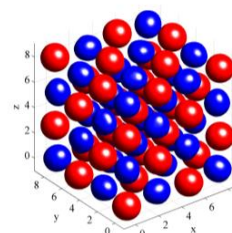
$$p_\infty(t) = p_0 + p_a(t), \quad p_a(t) = P_a \sin(\omega t + \phi).$$

Движение точек поверхности пузырька и частицы описывается кинематическим уравнением

$$\mathbf{n}_b \cdot \mathbf{v}|_{x=x_b} = \mathbf{n}_b \cdot \frac{d\mathbf{x}_b}{dt}, \quad \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{v}|_{x=x_p} = \mathbf{n}_p \cdot \frac{d\mathbf{x}_p}{dt},$$

где  $\mathbf{n}$  – нормаль к поверхности дисперсных включений  $S$ , направленная в сторону жидкости,  $\mathbf{x}$  – радиус-вектор точек на поверхности  $S$ .

Проведены расчеты и анализ динамики структурированного кубического пузырькового кластера с примесями твердых сферических частиц. На рисунке представлена форма кластера из пузырьков (синий цвет) и твердых частиц (красный цвет) в конце одного периода колебаний акустического поля.



Численное моделирование показало зависимость деформации пузырьков от размеров кластера. В маленьких кластерах пузырек может испытывать сильные деформации включая образование струи. Анализ динамики показал, что в среднем за период пузырьки перемещаются к центру кластера, частицы оказывают влияние на динамику пузырьков, особенно во время сжатия.

### Список литературы:

- [1] Ralston J., Dukhin S. S. The interaction between particles and bubbles // Colloids and Surfaces A. 1999. V. 151. P. 3–14.
- [2] Zarafutdinov I.A., Gainetdinov A.R., Pityuk Yu.A., Abramova O.A., Gumerov N.A., Akhatov I. Sh. GPU acceleration of bubble-particle dynamics simulation // Communications in Computer and Information Science (CCIS). 2018. Vol. 910. P. 235–250.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-71-00068.

## Численное исследование кавитации и процесса выделения растворенного воздуха в нестационарных потоках

Ибен У.\*, Махнов А.В.\*\*, Шмидт А.А.\*\*

\*Robert Bosch GmbH, Реннинген, Германия

\*\*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого и Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург

Одной из актуальных и широких проблем современной техники является кавитационная эрозия, приводящая к разрушению элементов конструкций гидравлических аппаратов при взаимодействии этих элементов с рабочими средами (жидкостями) устройств.

Данное явление существенно ограничивает эксплуатацию технических систем. Эрозия, в свою очередь, связана с явлениями кавитации и выделения растворенного воздуха (дегазации), возникающими при определенных условиях в потоках жидкостей.

Несмотря на всю популярность тематики и большое число публикаций, ряд вопросов и на сегодняшний день нуждается в дополнительном изучении. В частности, для понимания вклада в эрозию различных процессов, сопровождающих коллапс кавитационных структур (или каверн), требуется детальное изучение возникновения и развития кавитации, выделения растворенного газа и эволюции дисперсной фазы (пузырьков или каверн).

Процесс коллапса каверны, для которого характерно генерирование и распространение в жидкости акустических возмущений и ударных волн, а также, в случае коллапса вблизи стенок, кумулятивных струй, и является ответственным за проблему кавитационной эрозии.

Подробное экспериментальное наблюдение явлений кавитации и дегазации, происходящих в нестационарном потоке среды, сталкивается с существенными трудностями, обусловленными сильными различиями в пространственных и временных масштабах протекающих процессов. В связи с этим, особенно привлекательным и перспективным подходом к исследованию таких комплексных задач становится математическое моделирование.

Алгоритм численного расчета, основанный на конечно-объемной дискретизации исходных уравнений, опирающихся на фундаментальные законы сохранения массы и импульса для смеси жидкости, пара и выделившегося газа, позволяет получить детальную информацию об изучаемых

физических процессах, проанализировать как их взаимодействие, так и влияние в чистом виде каждого из отдельных механизмов.

Такой алгоритм и был разработан в рамках данного исследования, а также использован для анализа дегазации кавитирующей жидкости в каналах, моделирующих тракты гидравлических аппаратов, широко применяющихся в технике. Полученные в расчетах результаты качественно согласуются с представленными в литературе экспериментальными сведениями.

Усредненное значение массового расхода среды, полученное в расчете течения в канале, хорошо совпадает с результатом эксперимента. Наличие в полях течения больших градиентов скорости, плотности среды и давления связано со сложной неоднородной структурой потока, в котором локально возникают отрывные области, а также образуются и коллапсируют паровые и парогазовые каверны [1].

Анализ локальных распределений массовой доли, построенных по отдельности для пара и для выделившегося газа, позволил установить ключевые различия в сценариях образования и в динамике развития паровых и газовых каверн.

Пар присутствует в составе смеси локально в областях течения, где давление жидкости падает до давления насыщенных паров, то есть далеко не во всем объеме, занятом газообразной фазой. Большая часть этого объема занята не паром, а выделившимся газом. После выделения газа в каверны газ стремится раствориться обратно в жидкость, однако этот процесс медленный и не успевает значительным образом проявиться за характерное гидродинамическое время течения [2].

### Список литературы:

- [1] Iben, U.; Makhnov, A.V.; Schmidt, A.A. Mathematical modeling of the inception and development of cavitation in turbulent liquid flow in a symmetric channel // Technical Physics Letters, 2019
- [2] Iben U.; Makhnov A.V.; Schmidt A.A. Numerical study of dissolved gas release induced by cavitation in a high speed channel flow // J. Phys.: Conf. Series, 2019

## Модернизация химического цеха филиала АО «Татэнерго» Казанской ТЭЦ-1 в связи с вводом нового блока ПГУ-240 МВт<sup>1</sup>

Измайлова А.Р., Печенкин А.В., Власов С.М.

КГЭУ, Казань

В существующей установке обессоливания воды производительностью 475 т/ч происходит двухступенчатое обессоливание с предварительным известкованием и коагуляцией волжской воды в осветлителях и доочистки её на механических фильтрах. Схема обессоливающей установки ХЦ КТЭЦ-1 основана на использовании технологии ионного обмена. Осветлённая вода после механических фильтров поступает на Н-катионитовые и анионитовые фильтры I и II ступени, а затем в баки обессоленной воды. В связи с вводом ПГУ-240 МВт на филиале АО «Татэнерго» КТЭЦ-1 возникла необходимость ввода дополнительной ступени очистки в обессоливающую установку [1]. Руководством КТЭЦ-1 было принято решение установить на «хвост» обессоливающей установки фильтр смешанного действия с внутренней регенерацией. Данный фильтр стал III ступенью ионитного химического обессоливания. Один фильтр ФСДВР заменяет

два последовательно включённых Н<sup>+</sup> и ОН<sup>-</sup>-ионитных фильтра. В процессе фильтрации в воде происходит обмен ионов, в результате которого, при одновременном удалении катионов и анионов, образуется вода чрезвычайно высокой чистоты. Каждый фильтр загружен сильноокислотным катионитом и сильноосновным анионитом. За период эксплуатации ПГУ-240 МВт качество воды удовлетворяет требованиям технической документации [2].

### Список литературы:

- [1] Муртазин А.И. Определение причин осадкообразования в системе технического водоснабжения на ТЭС / А.И. Муртазин, Н.Д. Чичирова, А.А. Чичиров, С.М. Власов // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики. – 2012. - №1-2. – С.41-45.
- [2] Кучкарова, А.Р. Улучшение качества обессоленной воды для котлов-утилизаторов парогазовой установки в связи с модернизацией Казанской ТЭЦ-1 / А.Р. Кучкарова // Вестник Казанского государственного энергетического университета. – 2015. №3 (27). – С. 83-93.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой государственной поддержке молодых российских ученых – докторов наук при Президенте РФ (Конкурс – МК-2020). Заявка № МК-424.2020.5

## Волна фильтрационного горения газов при диффузии компонентов в зоне горения

Кабилов М.М., Гулбоев Б.Дж.

Российско-Таджикский (Славянский) университет, Душанбе

Исследование фильтрационного горения газов (ФГГ) с учётом диффузии компонентов газовой смеси вызывает особый интерес в связи с выявленными аномальными явлениями [1], такие как различие экспериментального и теоретически обоснованного значений температур горения и несоответствие максимальной скорости волны стехиометрической смеси. В научной литературе эти несоответствия связывают с эффектами диффузии в зоне горения, исходя из соображений, что на экспериментах фигурируют диффузии компонентов, а при теоретическом рассмотрении не учитываются. В связи с этим, в теории ФГГ была выдвинута гипотеза о селективной диффузии [2], и возникла задача выявления функциональных связей параметров волны горения с коэффициентами диффузии компонентов. Отметим, что в теории ФГГ при рассмотрении стационарных режимов учитывается только одно уравнение сохранения массы недостающего компонента, которое содержит только коэффициент диффузии недостающего компонента. Такой подход не позволяет выявить влияние диффузии каждого компонента на основные характеристики волны горения. Эта задача была решена в работе [3], в которой было получено соотношение, содержащие коэффициенты диффузии всех компонентов газовой смеси.

В настоящем сообщении приводятся выводы, относительно влияния коэффициентов диффузии компонентов на скорость распространения волны и температуру горения для водородо-, метано- и пропановоздушных смесей на основе полученного в работе [3] соотношения. Отметим, что соотношение [3] было получено в пренебрежении градиента давления и приближенном равенстве молекулярных весов исходной смеси и конечных продуктов горения.

В расчётах скорости волны были использованы значения коэффициентов диффузии при нормальных условиях и равновесной температуре -  $T_e$ , посредством формулы [4]

$$D = D_0 \left( \frac{T_e}{T_0} \right)^\alpha$$

где  $D_0$ -коэффициент диффузии при нормальных условиях,  $T_0 = 300 K$ – начальная температура среды,  $\alpha$  – индивидуальный параметр для каждого газа (см. табл.). Для сравнения скорости волны, также рассматривался случай пренебрежения диффузионных членов.

По результатам расчетов было выявлено, что при учёте коэффициентов диффузии компонентов скорость распространения волны меньше, относительно случая пренебрежения коэффициентов диффузии. Это наиболее ярко проявляется в том случае, когда учитывается зависимость коэффициентов диффузии компонентов от температуры. Уменьшение скорости, соответственно, приводит к увеличению температуры волны горения. Такие результаты были получены для всех рассмотренных газозводушных смесей.

Компонент смеси	Коэффициент диффузии, $D_0 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$	Значения показателя $\alpha$
Водород	6,5	1,7
Метан	1,96	1,76
Пропан	0,977	1,8
Кислород	1,81	1,92
Паров воды	2,77	1,8
Углекислый газ	1,4	1,9

### Список литературы:

- [1] Какуткина Н.А. Особенности фильтрационного горения водородо-, пропано и метановоздушных смесей в инертных пористых средах // ФГВ. 2006. Т.42, №4. С. 8-20.
- [2] Коржавин А.А. Эффекты селективной диффузии при распространении и гашении пламени в пористой среде // ФГВ. 2005. Т.41, №4. С. 50-59.
- [3] Кабилов М.М., Гулбоев Б.Дж. Фильтрационное горение газов при симметричности профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов газовой смеси // ДАН Республики Таджикистан. 2013. Т.56, №1. С. 35-43.
- [4] Шетинков Е.С. Физика горения газов. М.: Наука, 1965. 739 с.

## Численное решение модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса

Кабилов М.М., Холов О.А.\*\*

\*Российско-Таджикский (Славянский) университет, Душанбе

\*\*Институт математики им. А.Джурова АН Республики Таджикистан, Душанбе

Данная работа посвящена численному исследованию модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса. Эта модель представляет собой одностепенную одномерную математическую модель описания распространения стационарной волны горения смеси газов в инертной пористой среде, учитывающее явление диффузии недостающего компонента [1-3]. Рассматриваемая математическая модель, в частном случае, преобразуется в систему дифференциальных уравнений, используемая для описания стационарной волны горения газа [4].

После замены переменных и преобразований

$$y = \frac{\lambda}{Q\eta_0\sqrt{(\lambda/c_p)_*}} \cdot \frac{dT}{dx}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_e - T_0},$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q\eta_0}{c_p\alpha}, \quad \alpha = 1 + \frac{\rho_2 c_2 u}{\rho_{10} c_p (u + v_{10})}$$

из рассматриваемой модели получаем следующую систему с граничными условиями, аналогично в [4]

$$y \frac{dy}{d\theta} - my + \varphi = 0,$$

$$\alpha y Le \frac{dn}{d\theta} - m(n + \theta - 1) + y = 0. \quad (1)$$

$$\theta = 0: y = 0, \quad n = 1,$$

$$\theta = 1: y = 0, \quad n = 0.$$

где  $m = \rho_{10}(u + v_{10})/\sqrt{(\lambda/c_p)_*}$  - безразмерная скорость распространения фронта горения,  $Le = \rho_{1*} c_p D_*/\lambda$  - число Льюиса. Функция безразмерной скорости химической реакции имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\rho_1 n \exp(-E/R(T_0 + \theta(T_e - T_0)))}{\rho_{1*} n_* \exp(-E/R(T_0 + \theta_*(T_e - T_0)))}$$

Для выполнения первого уравнения системы (1) сделано следующие приближения

$$y = b\theta(1 - \theta), \quad \varphi = b(m - b(1 - 2\theta)) \cdot \theta(1 - \theta),$$

причём,  $\theta = 1/(1 + \exp(-\beta x))$ ,

$$\beta = \frac{4J_*}{\rho_{10}(u + v_{10})} \cdot \frac{\lambda_*}{\lambda} \cdot \frac{c_p}{c_{p*}}, \quad J_* = \rho_{1*} n_* k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right),$$

$$\rho_{1*} = (\rho_{10} + \rho_{1e})/2, \quad T_* = (T_0 + T_e)/2, \quad n_* = 0,5.$$

Следовательно, относительно функции  $n$  имеем дифференциальное уравнение

$$b\theta(1 - \theta)\alpha Le \frac{dn}{dx} = m(n + \theta - 1) - b\theta(1 - \theta). \quad (2)$$

Заметим, что при  $\alpha Le = 1$  уравнение (2) имеет точное решение [1]:  $n = 1/(1 + \exp(\beta x))$ . Скорость волны  $u$  определяется из соотношения

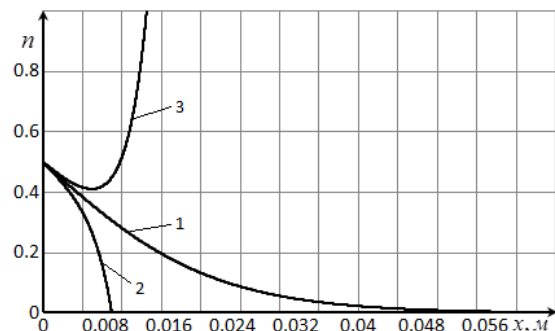
$$(v_{10} + u)^2 = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_e}\right) \frac{\gamma^2 \lambda}{\rho_{10} c_p \alpha} \cdot \frac{T_0}{T_e(1 + \gamma)},$$

где  $\gamma = RT_e^2/E(T_e - T_0)$ .

Функцию  $\theta(x)$  подставляя в дифференциальное уравнение (2) приведём к виду

$$\alpha Le \frac{dn}{dx} = \beta \left[ \frac{m}{b} \left( n - \frac{1}{1 + e^{\beta x}} \right) - \frac{e^{\beta x}}{(1 + e^{\beta x})^2} \right] \quad (3)$$

Для численного решения дифференциального уравнения (3) используется метод Рунге-Кутты четвёртого порядка точности. Многочисленные расчёты стационарного распространения волны горения различных составов водородо- и метановоздушных смесей при заданных значениях параметров показывают неустойчивое поведение функции доли недостающего компонента от продольной координаты -  $n(x)$  (65%Н<sub>2</sub>+воздух, скорость вдува  $v_{10} = 1,5$  м/с,  $\alpha Le$ : 1- 1; 2- 0,9; 3- 1,1)



Заметим, что расчётная кривая 1 идентична с графиком точного решения (3).

### Список литературы:

- [1] Кабилов М.М., Холов О.А. Аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов // Доклады НАН Республики Таджикистан. 2019. Т.62.№1-2. С. 31-36.
- [2] Кабилов М.М., Холов О.А. Приближённо-аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газов // Доклады НАН Республики Таджикистан. 2018. Т.61. №2. С.134-139.
- [3] Кабилов М.М., Садриддинов П.Б., Гулбоев Б. Дж., Холов О.А. Скорость стационарной волны фильтрационного горения газов при подобию полей температуры и концентрации // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Том 1 (2017). №1. С.1-6.
- [4] Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 480с.



## Об особенностях транспортировки и устранения утечек нефти при использовании подводных трубопроводов<sup>1</sup>

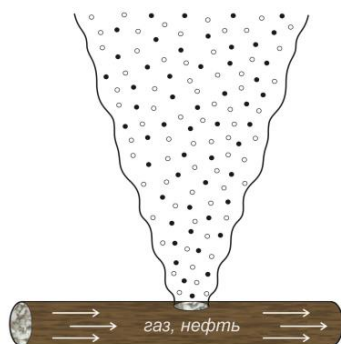
Кильдибаева С.Р.\* , Гималдинов И.К.\*\*,\*\*, Кильдибаева Г.Р.\*

\* Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак

\*\* Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

\*\*\* Академия наук Республики Башкортостан, Уфа

Использование подводного трубопровода в качестве средства для поставки углеводородов имеет ряд преимуществ. Основными из них являются: высокая скорость доставки, низкие эксплуатационные затраты, отсутствие потери углеводородов при транспортировке, возможность непрерывной поставки, высокая надежность и независимость от погодных условий и сезонности. К минусам можно отнести большие финансовые вложения при строительстве, отсутствие мобильности и изменения маршрута поставки, фиксированный объем поставок [1]. Излишне будет упоминать об экологических проблемах, к которым могут приводить такие утечки. Как показала практика глубоководных разливов нефти, например, в Мексиканском заливе [2], устранение таких утечек может носить продолжительный характер.



Впервые транспортировка газа с использованием газопровода была осуществлена в 1969 году в г. Кенау на Аляске, а транспортировка нефти по нефтепроводу в 1977 году в заливе Прадхо, море Бофорта[3]. На сегодняшний момент активно используется трубопроводная инфраструктура для транспортировки углеводородов, добытых в шельфовой зоне Северного и Норвежского морей. Для прогнозирования поведения течения углеводородов при подводных разливах необходимо рассмотреть модель течения многофазной затопленной струи. Динамику распространения струи углеводородов описывает интегральный Лагранжевый метод контроль-

ного объема (ИЛМКО), предложенный в работах[4-7]. Согласно этому методу струя рассматривается в виде последовательности элементарных контрольных объемов (КО). Каждый контрольный объем имеет форму правильного цилиндра и описывается следующими характеристиками: размеры, состав компонентов, скорость, температура, плотность и т.д. Зная характеристики КО в каждый момент времени, могут быть получены аналогичные зависимости для всей струи. Для описания процесса распространения струи используются законы сохранения массы, импульса и энергии для всех компонент, входящих в струю.

### Список литературы:

- [1] Мочалов Р.А. Алгоритм выбора схемы транспортировки углеводородов при освоении месторождений и перспективных участков континентального шельфа // Ресурсные и институциональные условия формирования инновационной экономики: сборник научных трудов. Новосибирск: издательство Института экономики и организации промышленного производства Сибирского отделения Российской академии наук, 2015. С. 158–169.
- [2] Fleeger J.W., Riggio M.R., Mendelsohn I.A., Lin Q., Houc A., Deis D.R. Recovery of saltmarsh meiofauna six years after the Deepwater Horizon oil spill // Journal of Experimental Marine Biology and Ecology. 2018. Vol 502. P. 182–190.
- [3] Касаткин Р.Г. Организация транспортировки нефти и газа с арктических шельфовых месторождений: мировой опыт // Мировая экономика. 2008. № 1. С. 57–61.
- [4] Zheng, L. Yapa P. D., Chen F. A model for simulating deepwater oil and gas blowouts – part i: theory and model // Journal of hydraulic research. – 2002. – Vol. 41, № 4. – P. 339-351.
- [5] Chen F. H., Yapa P. D. A model for simulating deepwater oil and gas blowouts part ii: comparison of numerical simulations with deepspill field experiments // Journal of Hydraulic Research. 2003. Vol. 41, № 4. P.353-365.
- [6] Гималдинов И. К., Кильдибаева С.Р. Модель затопленной струи с учетом двух предельных схем гидратообразования // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 1. С. 79-88.
- [7] Кильдибаева С.Р., Гималдинов И. К. Динамика многофазной затопленной струи с учетом образования гидратов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1, № 3. С. 92-101.

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России в сфере научной деятельности, номер для публикаций FEUR - 2020 - 0004 «Решение актуальных задач и исследование процессов в нефтехимических производствах, сопровождающихся течениями многофазных сред»

## Применение неструктурированной сетки Вороного для численного решения задач фильтрации<sup>1</sup>

Киреев Т.Ф.<sup>\*,</sup> Булгакова Г.Т.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

<sup>\*\*</sup>Уфимский научно-технический центр, Уфа

Неструктурированные сетки имеют ряд преимуществ перед структурированными сетками: они позволяют лучше описать неоднородности пласта, сократить эффект ориентации сетки и в некоторых случаях увеличить скорость вычислений за счет уменьшения общего количества ячеек. Сложные граничные условия, геометрия горизонтальных скважин и скважин, вскрытых в трещине, точнее описываются такими сетками.

Для численного решения задач фильтрации в большинстве случаев применяется метод конечных объемов. Используемые при этом методы аппроксимации конвективных и диффузионных слагаемых можно разделить на двухточечные и многоточечные.

Аппроксимация двухточечными методами монотонна, но согласована только для ортогональных и k-ортогональных сеток [1, 2]. Например, для РЕВИ сетки, построенной на основе диаграммы Вороного, такая дискретизация будет согласована при решении задач в изотропных областях, и не согласована при решении задач в анизотропных областях. Сетки, состоящие из треугольников или тетраэдров, в общем случае не обладают свойством ортогональности, поэтому двухточечная аппроксимация для них будет не согласована даже в изотропных областях.

Многоточечные методы аппроксимации позволяют получить согласованную дискретизацию для произвольных неструктурированных сеток в анизотропных областях, но требуют больших вычислительных затрат по сравнению с двухточечными методами. К недостаткам большинства многоточечных методов можно так же отнести их немотонность [3], а к недостаткам двухточечных методов – высокий эффект ориентации сетки.

Стоит отметить, что дискретизация многофазных или нелинейных задач фильтрации, как правило, не согласована на

любых сетках, даже для многоточечных методов аппроксимации [1]. К счастью, условие согласованности не является необходимым для сходимости численного метода. Например, известно, что двухточечная аппроксимация на неравномерной прямоугольной блочно-центрированной сетке не согласована, но, тем не менее, численное решение сходится [4].

В отличие от сеток, основанных на триангуляции, сетка Вороного состоит из выпуклых многоугольников или многогранников. Такая форма ячеек, по сравнению с треугольной или тетраэдральной формой, снижает эффект ориентации при использовании двухточечной аппроксимации потока. Поэтому сетку Вороного в комбинации с двухточечной аппроксимацией потока можно считать оптимальной с точки зрения соотношения точности и вычислительных затрат.

В данной работе рассмотрена задача двухфазной фильтрации в пористой среде. Проведено сравнение прямоугольной сетки и сетки Вороного. Полученные кривые дебитов нефти на сетке Вороного оказались точнее дебитов, полученных на прямоугольной сетке с таким же количеством ячеек. Показано, что сетка Вороного позволяет получить более реалистичный фронт движения воды за счет снижения эффекта ориентации сетки.

### Список литературы:

- [1] Nacul E. C., Aziz K. Use of irregular grid in reservoir simulation. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. 1991.
- [2] Wu X. H., Parashkevov R. R. Effect of grid deviation on flow solutions. SPE Reservoir Simulation Symposium. 2005.
- [3] Nikitin K., Terekhov K., Vassilevski Y. A monotone nonlinear finite volume method for diffusion equations and multiphase flows // Computational Geosciences. 2013. Vol. 18. P. 311-324.
- [4] Forsyth P. A., Sammon P. H. Quadratic convergence for cell-centered grids // Applied Numerical Mathematics. 1988. Vol. 4. P. 377-394.

<sup>1</sup> При финансовой поддержке ООО «Уфимский научно-технический центр» и РФФИ (проект 17-41-020226 p\_a)



## Особенности перемешивания газа и жидкости при наличии в гидродинамической системе вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации<sup>1</sup>

Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В.

Институт механики МГУ, Москва

Во многих технических задачах и гидродинамических схемах используется метод создания искусственных вентилируемых каверн с повышенным по отношению к окружающему пространству давлением (каверны с отрицательным числом кавитации). В отличие от обычных вентилируемых каверн, поддув газа, здесь осуществляется не в область разряжения, а в зону течения с повышенным давлением. При решении таких задач следует учитывать, что механизм уноса газа здесь принципиально отличается от обычных вентилируемых каверн.

Проведенные в институте механики МГУ экспериментальные исследования плоского струйного течения с образованием искусственной вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации показали, что в зависимости от величины поддува газа в каверну могут образовываться различные режимы течения. Для каверны с отрицательным числом кавитации имеет место некоторая предельная величина, соответствующая условию существования замкнутой кавитационной полости. Эксперимент показал, что по отношению к этой величине режим кавитационного течения можно разделить на докритический и сверхкритический. Докритический режим может быть описан схемой замыкания каверны с возвратной струйкой, что практически означает, как и для обычных каверн, нестационарное течение в хвостовой области каверны, при сверхкритических условиях каверна становится разомкнутой – с чем связано появление дополнительного механизма уноса газа из каверны. Важно, что в отличие от обычных каверн здесь имеет место неустойчивость границы каверны в смысле Релея – Тейлора (P-T). Экспериментально показано, что основные характеристики возникающих при этом P-T структур, согласуются с известными в литературе результатами для классического P-T перемешивания. В начальной стадии развития волн (в головной части каверны) режим близок к периодическому, причем доминирующая длина волны близка к теоретической величине. Затем, за счет нелинейных эффектов, перемешивание

переходит в турбулентную автомодельную стадию. Скорость распространения Релей – Тейлоровских структур в поперечном к потоку направлении весьма велика и сравнима с характерной скоростью течения. Измерения коэффициента расхода газа, уносимого из каверны, показали, что в докритическом режиме эта величина растет приблизительно линейно с ростом модуля числа кавитации. Величина коэффициента уноса в околоскритическом режиме оказалась пропорциональной квадрату длины каверны, что соответствует автомодельному закону развития P-T структур.

При сверхкритических условиях поддува происходит значительное увеличение расхода поддуваемого газа – зависимость коэффициента давления от модуля числа кавитации аппроксимируется показательной функцией с показателем степени 0.1-0.2. Обнаружено, что в этом режиме могут возникнуть низкочастотные (по сравнению с P-T структурами) автоколебательные пульсации, которые сильно изменяют механизм перемешивания жидкости и поддуваемого газа. При значительных поддувах автоколебания переходят в развитую стадию – течение становится помпажным, почти разрывным, P-T структуры здесь возникают в процессе выталкивания газом отдельных жидких массивов. Обнаружено, что могут реализовываться различные моды автоколебаний, причем частоты связаны с количеством волн, образующихся на поверхности каверны. Интересно, что зависимость числа кавитации от коэффициента поддува не меняется при изменении частотных мод.

Показана возможность создания устройства, использующего помпажный режим кавитационных автоколебаний для генерации периодических импульсных струй.

### Список литературы:

- [1] Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. О различных модах автоколебаний в течениях с вентилируемой каверной и возможности их использования для формирования периодических импульсных струй // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 3. С. 16–27.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040)

## Конвективный эффект удвоения волнового числа в жидкостном слое с неоднородной пористой средой<sup>1</sup>

Колчанов Н.В.<sup>\*</sup>, Колчанова Е.А.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

<sup>\*\*</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Пористые материалы распространены в природе, промышленности, энергетике и других сферах жизни человека. Искусственные пористые среды, в сравнение с естественными, легче просчитать: вычислить основные характеристики; смоделировать поведение течений жидкости. Ряд работ, посвящённых изучению конвекции в двух и трёхслойных пористых системах [1-3], показали возможность контролируемой генерации течений в форме валов различных размеров. От размера конвективного вала зависит величина теплового потока. Если вал охватывает всю систему слоёв, то тепловой поток будет максимальным. Другие исследования [4, 5] двухслойных систем с жидкостью и неоднородной, убывающей или возрастающей от границы раздела слоёв, пористостью обнаружили возможность генерации колебаний и нерегулярных пульсаций теплового потока, возникающих в жидкости с ростом перепада температур между внешними границами двухслойной системы.

В работе исследуется конвекция в двухслойной системе, образующейся в слое воды после заполнения стеклянными сферами части слоя. В верхней части системы остаётся незаполненный слой жидкости, толщина которого в 6.25 раза тоньше пористого слоя. Система находится в поле силы тяжести, направление которой перпендикулярно слоям системы и совпадает с направлением градиента температуры. Пористость зоны со стеклянными сферами растёт с глубиной по линейному закону. Вблизи верхней границы пористой зоны она имеет значение 0.5, а вблизи нижней – 0.7. Проницаемость пористой среды рассчитывается по формуле Кармана-Козени. При выводе уравнений конвекции в приближении Бусинеска используется модель Дарси для описания фильтрации жидкости в пористой среде.

Увеличение градиента температуры приводит к разрушению механически равновесного состояния жидкости и в системе возникают стационарные конвективные течения,

охватывающие оба слоя. С ростом числа Рэлея ( $Ra$ ) эти течения становятся неустойчивыми из-за генерации дополнительных валиков сначала в верхнем тонком слое жидкости, а затем и в пористой зоне вблизи нижней горячей границы системы. Дополнительные валики неустойчивы и с течением времени их формирование происходит колебательным или нерегулярным образом. Как следствие, тепловой поток сквозь систему может пульсировать с амплитудой, составляющей около 20-40% от среднего значения. Такие высокоамплитудные пульсации теплового потока наблюдаются до  $r = 7.25-7.75$ , где  $r$  – это относительное число Рэлея. При этих значениях  $r$  наблюдается скачок среднего значения теплового потока и десятикратное уменьшение амплитуды пульсаций. По данным поля скорости можно сделать вывод, что скачок теплового потока связан с разрушением крупномасштабного конвективного вихря, охватывающего все слои, и дальнейшим формированием двух вихрей, так же охватывающих оба слоя системы, но в два раза меньших по размеру вдоль продольного направления.

### Список литературы:

- [1] Chen F., Chen C. F. Convection in superposed fluid and porous layers // *Journal of Fluid Mechanics*. 1992. Vol. 234. P. 97–119.
- [2] Kolchanova E., Lyubimov D., Lyubimova T. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // *Transport in Porous Media*. 2013. Vol. 97. P. 25–42.
- [3] Lyubimova T. P., Muratov I. D. Interaction of the longwave and finite-wavelength instability modes of convection in a horizontal fluid layer confined between two fluid-saturated porous layers // *Fluids*. 2017. Vol. 2. fluids2030039.
- [4] Kolchanova E. A., Kolchanov N. V. Nonlinear convection regimes in superposed fluid and porous layers under vertical vibrations: Positive porosity gradients // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 121. P. 37–45.
- [5] Kolchanova E. A., Kolchanov N. V. Nonlinear convection regimes in superposed fluid and porous layers under vertical vibrations: Negative porosity gradients // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2018. Vol. 127. P. 438–449.

<sup>1</sup> Работа выполнялась при финансовой поддержке Правительства Пермского края (Программа поддержки Научных школ Пермского края, грант № С-26/788)

## Нелинейная конвективная динамика жидкости в двойном слое с пористой зоной под действием высокочастотной вибрации в невесомости<sup>1</sup>

Колчанова Е.А.

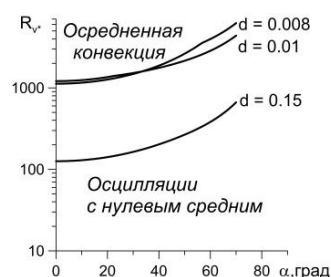
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Исследование посвящено устойчивости квазиравновесия и нелинейным режимам осредненной конвекции в системе двух горизонтальных слоев, верхний из которых заполняется жидкостью, а нижний – пористой средой, насыщенной той же жидкостью. Слои подогреваются снизу и осциллируют с высокой частотой в условиях невесомости. Период осцилляций мал относительно характерных конвективных времен задачи.

Обычное конвективное движение жидкости в слоях возбуждается пороговым образом, если их поместить в гравитационное поле и задать необходимый перепад температур на границах. Оно приводит к усилению тепло- и массопереноса в системе. В невесомости такое свободно-конвективное движение невозможно. Однако, осредненную конвекцию можно сгенерировать, действуя на неоднородно нагретую жидкость вибрациями высокой частоты, ось которых составляет ненулевой угол с градиентом температуры, поперечном слоям. Поведение порога конвекции в однослойных жидкостной и пористой системах исследовано в [1–3]. В нашей работе изучаются особенности генерации осредненных виброконвективных течений в сопряженных жидкостном и пористом слоях.

Проведено численное моделирование уравнений термовибрационной конвекции, полученных на основе метода осреднения в предельном случае высокочастотных вибраций. На рисунке представлено пороговое значение вибрационного числа Рэлея-Дарси  $R_v$  в зависимости от угла  $\alpha$  ориентации оси вибрации относительно оси, продольной слоям. Графики построены при разных фиксированных значениях относительной толщины  $d$  жидкостного слоя над пористой зоной. Ниже кривых имеется область параметров для пульсационного течения с нулевой средней скоростью, выше кривых – область параметров для осредненного конвективного течения.

Как видно, пороговое число повышается с ростом угла, так что при продольной вибрации с  $\alpha = 0$  конвекция усиливается, а при поперечной вибрации с  $\alpha = 90^\circ$  она вообще не возникает.



В отличие от однослойных систем, конвекция в двухслойной системе может появляться либо в виде длинноволновых валов, охватывающих все слои, либо в виде коротковолновых валов, локализующихся только в слое жидкости над порами [4, 5]. Нами показано, что в невесомости происходит резкий переход от длинноволновой к коротковолновой термовибрационной конвекции с ростом угла ориентации оси вибрации. При продольной вибрации изучено проникновение осредненного течения в пористый слой с ростом надкритичности. Зафиксировано существенное усиление теплопотока поперек слоев.

### Список литературы:

- [1] Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. Thermal Vibrational Convection. Wiley: N.Y. et al., 1998. 358 p.
- [2] Зеньковская С.М., Роговенко Т.Н. Фильтрационная конвекция в высокочастотном вибрационном поле // Прикладная механика и техническая физика. 1999. №3. С. 22–29.
- [3] Lyubimova T.P., Perminov A.V., Kazimardanov M.G. Stability of quasi-equilibrium states and supercritical regimes of thermal vibrational convection of a Williamson fluid in zero gravity conditions // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 129. P. 406–414.
- [4] Hirata S.C., Goyeau B., Gobin D. Stability of thermosolutal natural convection in superposed fluid and porous layers // Transport in Porous Media. 2009. Vol. 78. P. 525–536.
- [5] [5] Kolchanova E.A., Lyubimov D.V., Lyubimova T.P. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // Transport in Porous Media. 2013. Vol. 97. P. 25–42.

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-00067)

## Моделирование изменения структуры порового пространства при термокислотной обработке насыщенного коллектора<sup>1</sup>

Кравченко М.Н.<sup>\*,\*\*</sup>, Диева Н.Н.<sup>\*</sup>, Вожегов Е.М.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, Москва

<sup>\*\*</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Проблемы разработки битуминозных пластов и керогеносодержащих коллекторов связаны теснейшим образом в плане сопоставления путей формирования и степени зрелости. Как правило, и те и другие характеризуются повышенной трещиноватостью, низкой проницаемостью, и содержанием органического вещества ОВ в матрице скелета. Возможность генерации жидких углеводородов (УВ) даже для месторождений в поздней стадии разработки подтверждена методами изотопного анализа, Rock-Eval и гидротермальной обработки [1]. Существование «аномальных» скважин, например, на Ромашкинском месторождении, дебит которых самопроизвольно растет, можно объяснить течением процессов преобразования твердых ОВ в «подвижные» УВ. Эксперименты на кернах [2] указывают на выход битуминозных фракций при температурах около 350 °С и рост генерационной активности при температурах свыше 450°С. На практике достичь данных уровней можно с использованием термохимических методов, например при закачке в пласты бинарных смесей на основе нитрата аммония [3]. Промысловые эксперименты такого типа на доманиковых (относимых к нефтематеринским) породах требуют проработки имитационных моделей с учетом межфазных взаимодействий и изменения структуры скелета матрицы. Авторами была создана гидроперколяционная модель, главная особенность которой состоит в учете химических реакций между скелетом и активными реагентами (кислоты, полимеры, сложные химсоставы) и учетом генерации подвижных УВ из матрицы [4]. Авторами проведены вычислительные эксперименты, моделирующие термохимические процессы на реальных кернах: при закачке полимеров и воздействию кислотных растворов на карбонатные пласты и керогеносодержащие породы. Проведена численная имитация процесса гидротермального воздействия на керны Ромашкинских пластов. Перколяционная

часть модели, позволяет учесть микроструктуру керна до обработки, построить распределение пор по размерам, учесть изменение этой вероятностной функции при взаимодействии карбонатов с кислотными составами, раскапсулирование битуминозных фракций при температурах выше пластовых, но ниже генерационных, соотнеся расчет притока массы в подвижный фильтрат с экспериментальными данными по навеске [2], а также рассчитать дальнейшую трансформацию пористого каркаса при стимулировании разложения ОВ твердой матрицы. Математическая модель позволяет в непрерывном режиме рассчитывать все фильтрационно-емкостные параметры пласта (пористость, проницаемость, распределение пор по размерам) с учетом трансформации матрицы скелета и изменения минерального состава и массовых долей компонентов, а также учесть изменение фазового состояния насыщающих пласт флюидов с учетом притока подвижных УВ и фильтрационных свойств, в том числе изменения вязкостей фаз, подвижностей, ОФП, капиллярных давлений, которые существенным образом влияют на нефтеотдачу реальных месторождений при использовании термохимических методов и эффективность разработки.

### Список литературы:

- [1] Михайлова А.Н., Каюкова Г.П. Влияние гидротермального воздействия и длительной экстракции на генерацию углеводородов из керогена доманиковой породы // Изв. УНЦ РАН. Химия. 2019. № 4. С. 102–106.
- [2] Каюкова Г.П., Хасанова Н.М., Габдрахманов Д.Т. и др. Изменения нефтегенерационного потенциала доманиковых пород в условиях гидротермальных и пиролитических воздействий // Актуальные проблемы нефти и газа. 2017. Вып. 4(19). <http://oilgasjournal.ru>
- [3] Кравченко М.Н., Диева Н.Н., Мурадов А.В. и др. О переоценке перспективных запасов баженовских отложений с учетом зрелости керогена и его термодеструкции. Материалы международной научно-практической конференции. «Углеводородный и минерально-сырьевой потенциал кристаллического фундамента». Казань. Изд-во: Ихлас, 2019. С.70-73.
- [4] Кадет В.В., Кравченко М.Н., Евтюхин А.В., Ярыш В.В. Перколяционный метод обработки лабораторных экспериментов по течению полимеров в пористой среде. Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. -Уфа: РИЦ БашГУ. 2019. Т.4. с.353-355.

<sup>1</sup> Грант РФФИ №19-07-00433 А

## Исследование поведения самофлюсующихся сплавов Ni-C-Cr-Si-B в экстремальных условиях системы»<sup>1</sup>

Криворогова А.С., Ильиных Н.И., Ильиных С.А., Гельчинский Б.Р.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт металлургии Уральского отделения РАН (ИМЕТ УрО РАН), Екатеринбург

Защита механизмов, машин и металлических конструкций от коррозии и износа, повышение долговечности механизмов, формирование на поверхности изделий слоев со специальными функциональными свойствами является одной из важнейших и актуальных научно-технических задач. Одним из эффективных методов защиты, позволяющим существенно повысить показатели надежности машин, продлить срок службы новых и восстановленных деталей, экономить дефицитные материалы, является нанесение газотермических покрытий [1-3]. В качестве материалов для нанесения таких покрытий используются самофлюсующиеся сплавы [4] на основе никеля или кобальта, которые используют бор, фосфор или кремний, по отдельности или в комбинации, в качестве депрессантов температуры плавления и флюсующих агентов.

Для проектирования и оптимизации процессов нанесения газотермических покрытий необходимо усовершенствовать наши представления о структуре жидких сплавов, так как термическая обработка расплава может сильно влиять на свойства затвердевших материалов. Одним из эффективных способов решения этой проблемы является применение методов компьютерного моделирования.

Целью настоящей работы является исследование поведения самофлюсующихся сплавов Ni-C-Cr-Si-B при нагревании.

Компьютерный эксперимент проведен с использованием методики термодинамического моделирования и программного комплекса TERRA [5-6]. Моделирование выполнено в интервале температур 300 – 3000 К при общем давлении  $P=105$  Па в атмосфере аргона.

Исходное содержание компонентов моделируемых систем соответствовало составу порошковых самофлюсующихся материалов на основе никеля (масс. %): ПГСП-2 (Ni - 79.3, C - 0.5, Cr - 15, Si - 3.2, B - 2) и ПГСП-4 (Ni - 74.3, C - 1, Cr - 17, Si - 4.1, B - 3.6). Содержание аргона для обеих систем составляло 1 масс. %.

При моделировании учитывались элементы, ионы и соединения: газообразные: Ar, электронный газ e-, Ni, C, Cr, Si, B, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub>, C<sub>5</sub>, Si<sub>2</sub>, Si<sub>3</sub>, SiC, Si<sub>2</sub>C, SiC<sub>2</sub>, Si<sub>2</sub>C<sub>2</sub>, Si<sub>3</sub>C, B<sub>2</sub>, BC, B<sub>2</sub>C, BC<sub>2</sub>, Cr<sub>2</sub>, CrC<sub>2</sub>, Ar<sup>+</sup>, Si<sup>+</sup>, Ni<sup>+</sup>, Cr<sup>+</sup>, B<sup>+</sup>, C<sup>+</sup>, C<sup>-</sup>, C<sub>2</sub><sup>+</sup>, C<sub>2</sub><sup>-</sup>; конденсированные: Ni, C, Cr, Si, B, Ni<sub>3</sub>C, NiB, Ni<sub>3</sub>B, Ni<sub>2</sub>B, Ni<sub>4</sub>B<sub>3</sub>, NiSi, NiSi<sub>2</sub>, Ni<sub>2</sub>Si, Ni<sub>7</sub>Si<sub>13</sub>, SiC, SiB<sub>14</sub>, B<sub>4</sub>C, B<sub>4</sub>Si, B<sub>6</sub>Si, CrB, CrB<sub>2</sub>, Cr<sub>3</sub>B<sub>4</sub>, Cr<sub>5</sub>B<sub>3</sub>, Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub>, Cr<sub>7</sub>C<sub>3</sub>, Cr<sub>23</sub>C<sub>6</sub>, CrSi, CrSi<sub>2</sub>, Cr<sub>3</sub>Si, Cr<sub>5</sub>Si<sub>3</sub>.

Рассчитаны температурные зависимости равновесного состава и термодинамических характеристик (энтальпии, энтропии и энергии Гиббса) исследуемых систем. Показано, что в конденсированной фазе, образующейся при нагревании ПГСП-2, возможно существование Ni, Cr, C, Ni<sub>3</sub>B, Ni<sub>2</sub>B, NiB, Ni<sub>2</sub>Si, NiSi, CrB, CrSi. При нагревании ПГСП-4 в конденсированной фазе, наряду с казанными выше компонентами, образуются соединения Cr<sub>5</sub>B<sub>3</sub>, Cr<sub>2</sub>Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub>. Содержание других компонентов незначительно. Показано, что температурные зависимости термодинамических характеристик обеих систем не являются монотонными, а имеют изломы, которые можно объяснить фазовыми превращениями.

### Список литературы:

- [1] Хасуй А., Моригаки О. Наплавка и напыление. /Пер. с японского. Под ред. В.С. Степина, Н.Г. Шестеркина. М.: Машиностроение. 1985. 240 с.
- [2] Пузряков А. Ф. Теоретические основы технологии плазменного напыления: учебное пособие / 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 360 с.
- [3] Соснин Н.А., Ермаков С.А., Тополянский П.А. Плазменные технологии. Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического ун-та. 2013. 406 с.
- [4] Tucker R.C., Jr. Introduction to Coating Design and Processing //ASM Handbook, 1994, V.5. P.497-509.
- [5] Сиярев Г.Б., Ватолин Н.А., Трусов Б.Г., Моисеев Г.К. Применение ЭВМ для термодинамических расчетов металлургических процессов. М.: Наука, 1983. 263
- [6] Трусов Б.Г. Программная система моделирования фазовых и химических равновесий при высоких температурах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2012. С. 240-249.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №20-21-00063 Росатом

## Термодинамическое моделирование системы Fe-Si-O в широком интервале температур и давлений<sup>1</sup>

Ильиных Н.И.\*,\*\*

\* Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт металлургии Уральского отделения РАН (ИМЕТ УрО РАН), Екатеринбург

\*\* Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный педагогический университет»

В настоящее время сплавы на основе железа, в частности, железокремниевые сплавы, широко используются как материалы со специальными электротехническими свойствами. Одним из основных свойств данной группы сплавов является их высокая коррозионная стойкость. Следует отметить, что расплавы системы Fe-Si широко исследованы как экспериментально, так и с применением различных модельных представлений [1]. Однако очень важно изучить поведение этих материалов в экстремальных условиях и агрессивных средах. Одним из эффективных способов решения этой проблемы является применение термодинамического моделирования, которое позволяет сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований.

Расчет термодинамического равновесия произвольных многокомпонентных систем заключается в определении всех равновесных параметров, термодинамических свойств, а также химического и фазового состава [1-2].

В настоящей работе с использованием методики термодинамического моделирования и программного комплекса TERRA [2-3] проведено исследование взаимодействия соединений системы Fe-Si (FeSi, FeSi<sub>2</sub>, Fe<sub>3</sub>Si и Fe<sub>5</sub>Si<sub>3</sub>) в широком интервале температур (300-4000 К) и давлений (10<sup>5</sup>-10<sup>8</sup> Па). Исследованы температурные зависимости массовой доли компонентов конденсированной фазы и парциальных давлений компонентов газовой фазы, образующихся при нагревании указанных выше соединений. Показано, что при повышении температуры химический состав исследованных систем претерпевает существенные изменения; при повышении давления растет температура, при которой происходит разрушение оксидов. Соединения FeSi и Fe<sub>3</sub>Si являются достаточно устойчивыми к окислению вплоть до температуры 3400 К, при которой происходит их разложение. При взаимодействии с

кислородом FeSi<sub>2</sub> разрушается: его заменяют FeSi, чистый кремний Si и оксид SiO<sub>2</sub>. Соединение Fe<sub>5</sub>Si<sub>3</sub> устойчиво лишь в диапазоне температур 700-1800 К, при других температурах конденсированная фаза состоит, в основном, из Fe<sub>3</sub>Si и FeSi.

Изучено взаимодействие FeSi с кислородом при различном исходном содержании кислорода. Показано, что при соотношении FeSi:O<sub>2</sub>=60:40 (масс.%) происходит полное окисление, причем конденсированная фаза состоит исключительно из оксидов и двойных оксидов: SiO<sub>2</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, Fe<sub>2</sub>SiO<sub>4</sub>.

Исследованы температурные зависимости энтальпий, энтропий и внутренних энергий системы Fe-Si при различных давлениях. Показано, что эти зависимости не являются монотонными. На графиках зависимостей I(T), S(T), U(T) наблюдаются резкие изломы при температурах, соответствующих значительным изменениям химического состава конденсированной и газовой фаз.

При анализе полученных результатов следует учитывать, что используемый метод расчета предназначен для моделирования предельно равновесных состояний сложных систем и не позволяет находить «траекторию» перехода к равновесному состоянию.

### Список литературы:

- [1] Ильиных Н.И., Куликова Т.В., Моисеев Г.К. Состав и равновесные характеристики металлических расплавов бинарных систем на основе железа, никеля и алюминия. Екатеринбург: УрО РАН, 2006. 236 с.
- [2] Синярев Г.Б., Ватолин Н.А., Трусов Б.Г., Моисеев Г.К. Применение ЭВМ для термодинамических расчетов металлургических процессов. М.: Наука, 1983. 263
- [3] Трусов Б.Г. Программная система моделирования фазовых и химических равновесий при высоких температурах // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2012. С. 240-249.

<sup>1</sup> Работа выполнена по Государственному заданию ИМЕТ УрО РАН

## Об одном методе моделирования компонентно–фракционного состава флюида в процессе добычи нефти и газа

Литвинов В.Л.

Самарский государственный технический университет, филиал в г. Сызрани

Расчет фазового поведения и композиционное моделирование с уравнением состояния требуют использования псевдокомпонент для описания нефтегазовой смеси [3, 4–6]. Из-за большого количества компонент, которые образуют тяжелые фракции и зависимости сложности расчёта от их количества, необходимо сгруппировать их в псевдокомпоненты. Кроме того, чтобы минимизировать затраты расчета, также выгодно смешивать легкие компоненты.

На основании данных, полученных при разгонке, и свойств нефти и углеводородного конденсата определяются псевдокомпоненты, которые характеризуются интервалом кипения, средней температурой кипения, плотностью, молярной массой, критическим давлением, температурой, объемом и ацентрическим фактором.

Псевдокомпоненты разделяют на фракции по температуре кипения с шагом, например, 10°C, или по группам углеводородов C6, C7, C8 ... CN, или экспертно [6].

Предел кипения фракций ряда SCN выбирается таким образом, чтобы верхний предел кипения фракции на 0,5°C был больше температуры кипения n-алкана с тем же числом атомов углерода.

Исходная задача: имеется состав, состоящий из 10 компонент. Некоторые из них являются псевдофракциями, т.е. объединяют несколько углеводородных компонент. Так псевдофракция под номером 10, включает C20, C21,...,C80. Причем сюда входят как нормальные углеводороды, так и все их изомеры. Требуется заменить тяжелые компоненты меньшим количеством компонент. Для этого необходимо сначала разбить каждую из псевдофракций на более мелкие псевдофракции, входящие в состав, т.е. сделать Splitting, а затем объединить их по некоторым, повышающих эффективность, принципам, т.е. сделать Lumping [1–3].

Существует несколько различных способов Splitting и Lumping:

Splitting исходного состава по различным базисам:

– алгоритм, предложенный Pedersen по

молекулярному весу [6];

– алгоритм, предложенный Whitson по молекулярному весу [1, 6].

В работе рассмотрена схема автоматического лампинга [3, 7]. Представлен алгоритм для характеристики тяжелых фракции нефти и газа и последующего лампинга в псевдокомпоненты. Алгоритм основан на значениях K-values при фиксированных давлении и температуре, которое типично для изучаемого процесса [3]. Композиционное моделирование с использованием различных схем лампинга также проводится для исследования влияния различных сочетаний псевдокомпонент на результаты расчетов гидродинамического симулятора.

Используемые в данной схеме K-values вычислены в алгоритме FLASH при наименьших возможных давлении и температуре. В данном случае использовались значения из стандартных условий:  $p=1 \text{ atm.}$ ,  $T=288.71 \text{ K}$ .

Погрешность при использовании схемы автоматического лампинга, основанного на K-values, составляет не более 5%, причем количество компонент уменьшилось в 2 раза. Сложность вычислений сократилась в 4 раза.

### Список литературы:

- [1] Whitson C.H. and Torp S.B. Evaluating Constant Volume Depletion Data. - JPT (March 1983), Trans., AIME, 275.
- [2] Колдоба А.В., Колдоба Е.В. Термодинамически согласованная модель многокомпонентной смеси с фазовыми переходами. - Математическое моделирование, 2010, т.22, N 4, с. 147-155.
- [3] Колдоба Е. В. Метод построения термических констант фазового равновесия многокомпонентных растворов / Матем. моделирование, 2018. С– 84–96.
- [4] Литвинов В.Л., Рахмаев Р.И. Решение уравнений состояния для углеводородных растворов // Молодежная наука: вызовы и перспективы. Материалы I Всероссийской научно–практической конференции. Самара, 2018. – С. 45–48.
- [5] Литвинов В.Л. Нахождение частного класса решений уравнений состояния для углеводородных растворов / Журнал "Научный поиск". –2018, № 4. – С. 56–59.
- [6] Брусиловский А.И. Фазовые превращения при разработке нефти и газа. - Издательский дом "Грааль", Москва 2002, 575 с.
- [7] Yau-Kun Li, Long X. Nghiem, Alan Siu. Phase behaviour computations for reservoir fluids: effect of pseudo-components on phase diagrams and simulation results. Petroleum Society of Canada. Journal of Canadian Petroleum Technology. 1985. 24 p.

## Динамика парогазовых пузырьков в жидкости под действием ультразвука при различной концентрации газа растворенного в жидкости<sup>1</sup>

Любимова Т.П.\*\*\*, Рыбкин К.А.\*, Фатталов О.О.\*, Кучинский М.А.\*

\*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

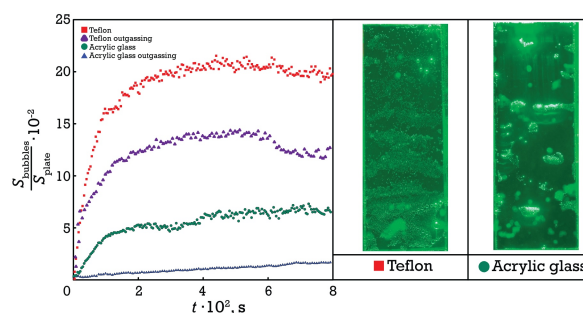
\*\*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Динамика возникающих в жидкости кавитационных пузырьков зависит от различных факторов, могут наблюдаться как коллапс пузырьков, так и их коалесценция и длительное существование относительно крупных пузырьков, как в объеме жидкости, так и вблизи твердых поверхностей [1, 2]. Коллапс пузырьков создает локальные экстремальные давления и температуры, а также ударные волны в жидкости, которые оказывают существенное влияние на поверхности. УЗ способен также увеличить вероятность прикрепления твердой частицы к пузырьку за счет осредненных сил, действующих между пузырьком и твердой частицей в акустическом поле [3, 4]. В работе [5] обсуждается динамика двух пузырьков, когда действие вторичной силы Бьеркнеса способствует движению пузырьков навстречу друг другу. В результате сближения, при определенных значениях параметров, происходит их коалесценция. Перечисленные выше эффекты могут способствовать закреплению и удержанию пузырьков вблизи твердых поверхностей.

В настоящей работе экспериментально исследуется динамика пузырьков вблизи твердых поверхностей с различными свойствами смачивания (оргстекло – краевой угол смачивания  $51^\circ$ , тефлон – краевой угол смачивания  $118^\circ$ ). Твердые пластины помещались в воду, которая подвергалась ультразвуковому воздействию с частотой  $f = 40$  КГц. Видеорегистрация эксперимента производилась с помощью камеры. Было обнаружено что динамика пузырьков вблизи твердой поверхности зависит от степени смачиваемости поверхности и от концентрации газа, растворенного в жидкости. Так, гидрофобная поверхность тефлона способна удерживать на себе большее число парогазовых пузырьков, которые остаются прикрепленными к поверхности даже после отключения УЗ. Гидрофильная поверхность оргстекла способна удерживать пузырьки лишь некоторое время, после выключения УЗ только часть пузырьков покидает поверхность.

На поверхности тефлона в жидкости, при кон-

центрации газа в  $C = 2.3 \cdot 10^{-2}$  г/кг, площадь поверхности, занимаемая пузырьками, составляла 20% от общей площади поверхности. При снижении концентрации газа до  $C = 0.6 \cdot 10^{-2}$  г/кг, площадь поверхности, покрытой пузырьками составила 13% от общей площади поверхности. Зависимость от времени площади поверхности, занимаемой пузырьками, представлена на рисунке. Динамика парогазовых пузырьков на гидрофильной поверхности оргстекла качественно отличается от динамики пузырьков на гидрофобной поверхности тефлона. Обнаружено также, что активность кавитационных пузырьков значительно снижается с уменьшением концентрации газа в жидкости.



### Список литературы

- [1] Rybkin K.A. et al. Experimental study of formation and dynamics of cavitation bubbles and acoustic flows in NaCl, KCl water solutions // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2017. – Т. 879. – №. 1.– С. 012026.
- [2] Bremond N. et al. Interaction of cavitation bubbles on a wall // Physics of fluids. – 2006. – Т. 18. – №. 12. – С. 121505.
- [3] Cui Z. et al. Bubble modulation using acoustic standing waves in a bubbling system // Chemical engineering science. – 2005. – Т. 60. – №. 22. – С. 5971–5981.
- [4] Lyubimov D. V. et al. The interaction of a rising bubble and a particle in oscillating fluid // Journal of Fluid Mechanics.–2016.– Т. 807. – С. 205-220.
- [5] Ida M. Alternative interpretation of the sign reversal of secondary Bjerknes force acting between two pulsating gas bubbles // Physical Review E.–2003.– Т. 67. – №. 5. – С. 056617.

<sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-31-90138) и Программы поддержки Научных школ Пермского края (грант № С-26/788).



## Динамика двухфазных систем под действием горизонтальных вибраций линейной поляризации<sup>1</sup>

Любимова Т.П.<sup>\*,\*\*</sup>, Фатталов О.О.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>\*\*</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

В работах [1,2] исследовано взаимодействие между двумя твердыми частицами, взвешенными в вязкой жидкости в сосуде, совершающем вибрации, ортогональные линии, соединяющей центры масс частиц. Найдено, что при больших расстояниях между частицами они притягиваются друг к другу. С уменьшением расстояния между частицами сила притяжения уменьшается и при достижении некоторого расстояния сменяется силой отталкивания. В случае ансамбля, состоящего из большого числа частиц, под действием вибраций частицы образуют специфические структуры (кластеры) [3,4]. В настоящей работе экспериментально исследовано поведение двухфазных систем, состоящих из макроскопических частиц, взвешенных в колеблющихся вязких жидкостях. Эксперименты проводились для трех типов систем: водный раствор глицерина-стальные шарики диаметром 4.5 мм, водный раствор глицерина-частички песка диаметром 0.3-0.5 мм, вода-пузырьки воздуха диаметром 2-3 мм. Жидкость с частицами помещалась в кювету, которая подвергалась горизонтальным вибрациям с заданной амплитудой и частотой с помощью электродинамического вибратора. Амплитуда вибраций варьировалась в диапазоне 0.05-7.5 мм, частота вибраций в диапазоне 7-45 Гц. Найдено, что, во всех трех системах, начиная с некоторого значения амплитуды скорости вибраций, взвешенные в жидкости частицы формируют устойчивые пе-

риодические структуры, представляющие собой линейные цепочки или слои, перпендикулярные направлению вибраций и находящиеся на одинаковых расстояниях друг от друга. При высоких амплитудах скорости вибраций наблюдалось качественно иное поведение двухфазных систем: происходило полное разделение фаз: все частицы собирались у одной из боковых стенок кюветы. Такое поведение аналогично описанному в [5] поведению двухслойной системы несмешивающихся жидкостей. Изучена зависимость пространственного периода формирующихся структур от амплитуды и частоты вибраций и кинематической вязкости жидкости.

### Список литературы:

- [1] Klotsa D., Michael R. Swift, Bowley R. M., and King P. J. Interaction of spheres in oscillatory fluid flows. School of Physics and Astronomy, University of Nottingham, Nottingham, NG7 2RD, United Kingdom, 2007.
- [2] Lyubimova, T., Lyubimov, D., Shardin, M. The interaction of rigid cylinders in a low Reynolds number pulsational flow (2011) *Microgravity Science and Technology*, 23 (3), pp. 305-309.
- [3] D. Klotsa, M.R. Swift, R.M. Bowley, P.J. King. Chain formation of spheres in oscillatory fluid flows. *Phys. Rev.* 2009. E 79, 021302.
- [4] D.V.Lyubimov, A.Y.Baydin, T.P.Lyubimova. Particle Dynamics in a Fluid Under High Frequency Vibrations of Linear Polarization. *Microgravity Science and Technology*. 25, 121-126, 2013.
- [5] D.V.Lyubimov, A.A.Cherepanov, T.P.Lyubimova, B.Roux. Orienting effect of vibrations on the interphase. *C.R.A.S.*, 1997, t.325, Serie II b, pp.391-396.

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФ (грант 14-21-00090) и Правительства Пермского края (Программа поддержки Научных школ Пермского края, Соглашение № С-26/788).

## Модели двухфазных и струйных течений в микроканалах<sup>1</sup>

Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск

В длинноволновом приближении рассматриваются ламинарные и турбулентные течения в ячейке Хеле-Шоу. Построена математическая модель совместного движения газожидкостной среды для снарядного режима течения в вертикальных и горизонтальных каналах. Модель позволяет выразить основные параметры течения (длину жидких пробок и газовых «снарядов», толщину жидкой пленки и т.д.) через расход газовой и жидкой компонент течения. Исследована связь построенной модели с моделью приведенного дрейфа. Изучены особенности формирования струй в течениях однородной вязкой жидкости между параллельными плоскостями. В частности, исследована задача о формировании слоя смешения и турбулентной струи в микроканалах.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-01-00498).

## Энергия гидроупругой системы и ее приложения<sup>1</sup> в церебральной гемодинамике

Маматюков М. Ю.<sup>1</sup>, Паршин Д. В.<sup>2</sup>, Хе А. К.<sup>2</sup>, Чупахин А. П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Система кровеносных сосудов головного мозга человека представляет собой сложную, геометрически разветвленную сеть сосудов различного калибра. Стенки артерий, имеющие многослойную структуру, являются упругими. Движение крови в них, инициируемое сокращениями сердца, является нестационарным. Описание движения крови в такой гидроупругой системе как в норме, так и при наличии сосудистых аномалий, является сложной задачей гидродинамики многофазных систем и математического моделирования. Эта задача актуальна для практической медицины в связи с большой распространенностью и опасностью сосудистых заболеваний.

В докладе ставится и исследуется задача о представлении энергии и ее вычисления для гидроупругих систем, моделирующих течение крови в сосудах головного мозга при наличии аномалий типа церебральных аневризм (ЦА). Такая аномалия представляет собой локальное раздутие стенки артерии, что снижает ее прочность и нарушает нормальный гемодинамический режим. Такое раздутие вызывает образование вихревого течения в сосуде, что влечет опасность образования тромба и закупорки сосуда. Образовавшаяся аномальная конфигурация гидроупругой системы, образованной кровеносным сосудом, аневризмой и потоком крови, требует повышенной, по сравнению со здоровой, энергии для обеспечения кровотока. Для медицины является очень актуальным вопрос прогноза риска разрыва аневризмы. На сегодняшний день не существует каких-либо доказательных признаков разрыва. Представляется, что адекватная оценка полной

энергии такой гидроупругой системы может служить полезным параметром при определении риска разрыва аневризмы.

В докладе представлены результаты 3D математического моделирования с использованием промышленного пакета ANSYS CFX различных параметров модельной конфигурации и сравнения расчетов с реальными клиническими данными. Рассмотрены конфигурации кровеносного сосуда с фузиформной аневризмой, представляющей собой расширение (балдж) сосуда на его изгибе. Рассмотрены конфигурации сосуда, различающиеся углом поворота сосуда, а также наличием вторичной аномалии (дивертикула), представляющей собой своеобразную вторичную аневризму меньших размеров, растущую из купола большей. Анализируется полная энергия такой системы, складывающаяся из энергии потока крови, упругой энергии стенки сосуда и энергии ее изгибания. Последняя вычисляется как интеграл по поверхности оболочки от квадрата средней кривизны этой поверхности, называется функционалом Уиллмора и интенсивно исследуется сегодня применительно к биологическим мембранам. В докладе представлены диаграммы, связывающие давление и скорость в потоке в гидроупругой системе. Впервые при численном моделировании получены диаграммы, совпадающие с наблюдаемыми в ходе внутрисосудистого мониторинга кровотока, проводимого авторами совместно с нейрохирургами Национального медицинского исследовательского центра им. ак. Е. Н. Мешалкина.

<sup>1</sup> При математическом моделировании были использованы результаты, полученные при реализации проектов РФФИ №№ 14-01-00036, 14-31-50956, 19-48-540010.

## Моделирование влияния мультифазных включений в толще отвала на устойчивость откосов<sup>1</sup>

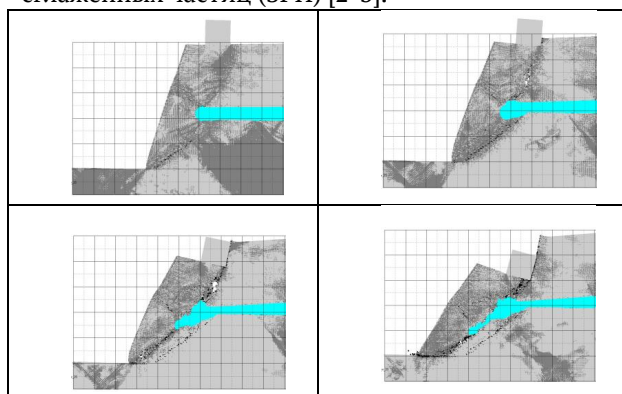
Малинникова О.Н., Трофимов В.А., Шиповский И.Е.

Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова РАН, Москва

Численное решение задач механики взаимодействия механизмов горной инженерии с дисперсными геологическими средами в случае присутствия в массивах породы включений жидкой или пульпообразной фазы является важным направлением в математическом моделировании процессов технологии добычи и транспортировки сырья при разработке полезных ископаемых открытым способом.

Отходы рудничного производства, складированные в отвалах, представляют собой малопрочный материал гетерогенной структуры, свойства которого из-за сезонных и дождевых притоков воды могут существенно изменяться, приводя к снижению устойчивости. Размещение тяжелого оборудования или инженерных сооружений на поверхности отвала может привести к масштабным деформациям вплоть до катастрофического обрушения, связанного как со сползанием откоса, так и с провалом в зоне пульпообразного образования [1].

Напряженно-деформированное состояние отвала определялось компьютерным методом сглаженных частиц (SPH) [2-3].



В численном анализе использовалась двумерная модель, включающая области с различными прочностными и фазовыми характеристиками. Рассчитанные результаты показывают структурные сдвиги и пиковые ускорения грунта при техногенных воздействиях. Кроме того, динамический отклик

массива был дополнительно исследован путем анализа сейсмической энергии Гильберта.

Отметим, что при численном моделировании масштабного обрушения на начальном этапе формируется типичная картина сдвижения в виде крупных блоков породы, характерных для инженерных методов расчета устойчивости, в которых рассматривается силовое равновесие отдельных блоков, задаваемых, однако априори. При дальнейшем деформировании происходит хаотичное разрушение блоков на мелкие фрагменты, осыпающиеся вниз по вновь формирующемуся склону.

Использованный метод позволяет установить взаимосвязь между действующими на дневной поверхности нагрузками и деформационно-прочностными свойствами пород массива в его критическом состоянии для конкретного строения отвала и приложенной нагрузки. Тем самым определяются допустимые границы функционирования той или иной технологической схемы горных работ.

Проведенные расчеты позволяют уверенно констатировать тот факт, что наличие пульпообразных включений в массиве отвала существенно снижает его несущую способность вне зависимости от расположения включения, и дают возможность количественно оценить это снижение.

### Список литературы:

- [1] Valeriy N. Zakharov, Vitaliy A. Trofimov, Ivan E. Shipovskii, Olga N. Malinnikova Modeling the Influence of Pulp Masses in Dump Massive on the Dynamics of Landslide Zones Development, *Izvestiya Tula State University* (Izvestiya TulGU) Earth sciences, 2020, 1, pp.359-375 .
- [2] I. E. Shipovskii, Simulation for fracture by smooth particle hydrodynamics code // *Scientific Bulletin of National Mining University*, 2015, 1 (145), p. 76-82.
- [3] Vitaliy A. Trofimov, Ivan E. Shipovskii, Olga N. Malinnikova, Wen-Jie Xu, Numerical Approach to Computer Simulation of Landslid Events, *AIP Conference Proceedings of the International Conference on Advanced Materials with Hierarchical Structure for New Technologies and Reliable Structures*, 2019, Tomsk, Russia, p. 020329-1 - 020329-8.

<sup>1</sup> РФФИ (проект № 18-05-00936)

## Обратные задачи для уравнений смешанного типа с оператором Лаврентьева-Бицадзе по отысканию правых частей<sup>1</sup>

Мартемьянова Н.В.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара

Для уравнения смешанного эллипτικο-гиперболического типа

$$Lu = u_{xx} + (sgnt)u_{tt} - bu = F(x, t),$$

где  $F(x, t) = \begin{cases} f_1(x)g_1(t), & y > 0, \\ f_2(x)g_2(t), & y < 0, \end{cases}$  в прямоугольной области  $D = \{(x, t) | 0 < x < l, -\alpha < t < \beta\}$ , где  $\alpha > 0, \beta > 0, b > 0$  – заданные действительные числа? рассмотрим следующую обратную задачу.

**Задача.** Найти в области  $D$  функции  $u(x, t)$  и  $g_1(t)$ , удовлетворяющие условиям:

$$u(x, t) \in C^1(\bar{D}) \cap C^2(D_+ \cup D_-);$$

$$g_1(t) \in C[0, \beta];$$

$$Lu(x, t) \equiv F(x, t), \quad (x, t) \in D_+ \cup D_-;$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta;$$

$$u(x, \beta) = \varphi(x), \quad u(x, -\alpha) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

$$u(x_0, t) = h_1(t), \quad 0 \leq t \leq \beta, \quad 0 < x_0 < l;$$

где  $f_1(x), f_2(x), g_2(t), \varphi(x), \psi(x)$  и  $h_1(t)$  – заданные достаточно гладкие функции,  $x_0$  – заданная точка из интервала  $(0, l)$ .

В данной работе, следуя [1], установлены теоремы существования и единственности решения поставленной обратной задачи.

### Список литературы

- [1] Сабитов К.Б., Мартемьянова Н.В. К вопросу о корректности обратных задач для неоднородного уравнения Гельмгольца // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2009. № 2(19). С. 99–106.

<sup>1</sup>Доклад подготовлен по результатам реализации проекта РФФИ, проект № 16-31-00421

## Особенности перераспределения температурных потоков в вихревой трубе при изменении размера холодной диафрагмы

Михайленко К.И.

Институт механики им. Р.Р.Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Вихревые трубы с момента их «повторного открытия» Хилшем в 40-е годы прошлого века неизменно до настоящего времени интересуют многих исследователей. Такое внимание к вихревому эффекту определяется целым рядом факторов. Главный и основной заключается в том, что вихревая труба представляет собой чрезвычайно простое устройство, не имеющее каких либо движущихся частей и для работы которой требуется лишь наличие сжатого воздуха. Результат работы вихревой трубы — это в первую очередь поток охлажденного воздуха. Таким образом основное назначение вихревых труб, — это простой по конструкции холодильник. Другой фактор, вызывающий интерес к рассматриваемому эффекту, определяется тем фактом, что так и не существует принятой всеми теории, описывающей фундаментальные основы наблюдаемой температурной стратификации потока воздуха [1, 2]. По этой причине модификация вихревых труб для достижения наибольшей эффективности по какому-либо параметру (температура, расход, давление) значительно усложнена. Поиск эффективной конфигурации требует последовательных натурных или вычислительных экспериментов по каждому из возможных параметров [3–6].

В представленной работе рассказывается о результатах вычислительного моделирования влияния размера холодной диафрагмы противоточной вихревой трубы на температуру холодного воздуха. В качестве среды моделирования выбран пакет OpenFOAM, позволяющий организовывать решатели для вычислительной области, дискретизированной по методу конечного объема. Так как в канале вихревой трубы реализуются околосвуковые скорости и возможно наличие ударных волн, использован предназначенный для таких случаев стандартный решатель sonicFOAM, позволяющий моделировать околосвуковые течения однофазного сжимаемого флюида. Данный решатель позволяет варьировать используемую модель турбулентности, поэтому рассмотрены решения, полученные в раках  $k-\epsilon$  и  $k-\omega$  моделей.

При подготовке конечно-объемной сетки значительное внимание было уделено организации в достаточной мере равномерной ортогонализированной сетки [7]. В случае  $k-\omega$  модели турбулентности выделялись пристеночные слои. Для сокраще-

ния времени вычислений сетка строится лишь для одного сектора цилиндра размером  $90^\circ$ . Таким образом, организуется симметричная вихревая труба с четырьмя каналами ввода сжатого воздуха (один задан, остальные подразумеваются). На соответствующих границах сектора ставится периодическое граничное условие cyclic.

Остальные граничные условия соответствуют необходимым условиям на стенке, входе и выходе для каждой из моделей турбулентности.

Использованные турбулентные модели существенно отличаются по времени вычислений не в пользу модели  $k-\omega$ .

Полученные результаты по зависимости температуры на холодной диафрагме от ее диаметра несколько отличаются для каждой из использованных моделей турбулентности, однако в обоих случаях можно сделать вывод, что наименьшая температура достигается при соотношении диаметра основного канала вихревой трубы к диаметру холодной диафрагмы  $D/d \approx 2$ .

В дальнейшем необходимо верифицировать полученные результаты сравнением с соответствующим экспериментом для выбора наиболее соответствующей реальным данным модели турбулентности.

### Список литературы

- [1] Eiamsa-Ard S., Promvong P. Review of Ranque-Hilsch effects on vortex tubes // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2008. V. 1. Pp. 1822–1842.
- [2] Subudhi S., Sen M. Review of Ranque-Hilsch vortex tube experiments using air // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2015. V. 52. Pp. 172–178.
- [3] Борисоглебский И.К., Метусова М.В., Михайленко К.И. Зависимость эффекта Ранка-Хилша от геометрии холодного выхода // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 3. С. 52–58.
- [4] Михайленко К.И. Зависимость перераспределения температуры в вихревой трубе от геометрии завихрителя // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2017. Т. 12, № 2. С. 174–179.
- [5] Mikhaylenko C.I. Vortex tube modelling: outlet parameter dependencies of cold air production // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1158, No. 3. 032032.
- [6] Adilullin B.R., Mikhaylenko C.I. Influence of the channel length of a vortex tube on the air temperature separation // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1268. 012001.
- [7] Михайленко К.И. К моделированию вихревой трубы: подготовка гексагональной сетки для вычислительных экспериментов в среде OpenFOAM // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11, № 1. С. 112–118.

## Моделирование случайной плотной упаковки континуальными методами по описанию гетерогенных систем <sup>1</sup>

Мишин А.В.\*,\*\*

\*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

\*\* Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Произведено исследование статической гранулированной среды на предмет случайной плотной упаковки сфер континуальными подходами, описывающими гетерогенные структуры. Исследуемые методы [1–5] базируются на получении из исходных стохастических линейных уравнений осредненных уравнений, описывающих поведение микронеднородной системы как эффективно однофазной. Важным аспектом здесь является вид эффективных коэффициентов, входящих в осредненные уравнения и содержащих информацию о физических особенностях фаз и геометрических свойствах гетерогенной структуры. В качестве исследуемых физических свойств выступает упругость. За исходную модель взята линейная стохастическая теория упругости. Итоговые эффективные коэффициенты отображают эффективные упругие свойства системы. Используемые подходы, несмотря на различный математический аппарат заложенный в них, приводят к идентичным эффективным коэффициентам.

При выводе данных коэффициентов использована гипотеза об эффективном внутреннем числе степеней свободы гетерогенной системы, отображающая распространение поля по прерывистой гранулярной структуре. С учетом этой гипотезы в тензор напряжений добавлены члены, характеризующие искаженное поле в среде.

Анализ эффективных коэффициентов предсказывает наличие в них информации о несущей фазе и структурном фазовом переходе. Параметрами порядка являются объемная концентрация фаз и параметр, связанный с введенной гипотезой об эффективной размерности. С позиции структурного фазового перехода, при котором происходит изменение отклика среды к макроскопически связанному распространению исследуемого поля упругости, найдена объемная концентрация сфер. Результат предлагается интерпретировать как случайную плотную упаковку.

### Список литературы:

- [1] Khoroshun L.P. Mathematical models and methods of the mechanics of stochastic composites // *Applied Mechanics*. – 2000. – 30, – N 10. – P. 30 – 62.
- [2] Khoroshun L. P. A new mathematical model of the nonuniform deformation of composites // *Mekh. Kompos. Mater.* – 1995. – 31, N 3 – P. 310 – 318.
- [3] Hashin Z., Shtrikman S. On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1962. – 10, N 4. – P. 335 – 342.
- [4] Shermergor T. D. Elasticity theory for microinhomogeneous Materials [in Russian]. – Moscow, Nauka, 1977. – 225 p.
- [5] Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. II. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten von Vielkristallen der nichtregularen Systeme // *Ann. Phys.* – 1936. Bd. 417, N 25. – S. 645 – 672.

<sup>1</sup> Russian Science Foundation, grant No. 16-19-10300

## Воздействие неоднородного электрического поля на водонефтяную эмульсию в микрожидкостной ячейке<sup>1</sup>

Муллаянов А.И., Мусин А.А., Зиннатуллин Р.Р., Ковалева Л.А.

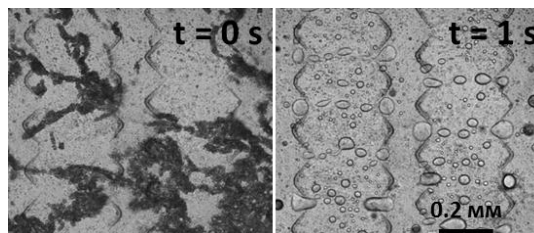
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет», Уфа

В современном мире человек каждый день сталкивается с применением эмульсий в повседневной жизнедеятельности, начиная от пищи (низкокалорийные продукты, маскировка вкуса, улучшение текстурных и сенсорных свойств пищи) [1], косметики (крема с капсулированными ингредиентами) [2], лекарственных средств (технологии транспорта лекарственных веществ) [3] и др. Эмульсии могут быть использованы в дизельных двигателях для снижения вредных выбросов, увеличения эффективности сгорания [4]. На основе эмульсий производят адгезивы чувствительные к давлению [5].

Однако существуют отрасли промышленности, где эмульсии являются негативным фактором производства, например, добыча углеводородов. Добыча нефти сопровождается извлечением двух жидкостей (нефть и вода) из добывающей скважины, что приводит к образованию нефтяных эмульсий. Одним из важных методов разделения эмульсий является применение электромагнитного поля: СВЧ воздействие (происходит разогрев капель воды) [6], ВЧ воздействие (воздействие на полярные компоненты нефти) [7], НЧ воздействие (электрофорез и диэлектрофорез) [8].

Данная работа направлена на изучение поведения водонефтяной эмульсии типа «вода в масле» под действием неоднородного переменного низкочастотного НЧ электрического поля (100–1000 Гц). Изготовлена оптически прозрачная экспериментальная ячейка для визуализации и оценки коалесценции микрокапель воды эмульсии. Экспериментальная установка собрана на базе инвертированного оптического микроскопа, которая включает в себя: высокоскоростную камеру для регистрации изображений, генератор сигналов произвольной формы и усилитель. Объектом исследования является модель водонефтяной эмульсии с асфальтенами,

адсорбированными на поверхности капель воды.



В результате исследований получены экспериментальные данные процесса электрокоалесценции капель воды. Получены зависимости разделения эмульсии от амплитуды и частоты электрического поля.

### Список литературы:

- [1] McClements D. J. Food emulsions: principles, practices, and techniques. – CRC press, 2015.
- [2] Azeem A. et al. Emerging role of microemulsions in cosmetics //Recent patents on drug delivery & formulation. – 2008. – Т. 2. – №. 3. – С. 275-289.
- [3] Hörmann K., Zimmer A. Drug delivery and drug targeting with parenteral lipid nanoemulsions—A review //Journal of controlled release. – 2016. – Т. 223. – С. 85-98.
- [4] Hasannuddin A. K. et al. Effect of emulsion fuel on engine emissions—A review //Clean Technologies and Environmental Policy. – 2016. – Т. 18. – №. 1. – С. 17-32.
- [5] Jovanović R., Dube M. A. Emulsion-based pressure-sensitive adhesives: a review //Journal of Macromolecular Science, Part C: Polymer Reviews. – 2004. – Т. 44. – №. 1. – С. 1-51.
- [6] Kovaleva L. A., Minnigalimov R. Z., Zinnatullin R. R. Destruction of water-in-oil emulsions in radio-frequency and microwave electromagnetic fields //Energy & Fuels. – 2011. – Т. 25. – №. 8. – С. 3731-3738.
- [7] Ковалева Л. А., Миннигалимов Р. З., Зиннатуллин Р. Р. Развитие электромагнитной технологии для утилизации нефтяных шламов //Нефтяное хозяйство. – 2009. – №. 9. – С. 48-51.
- [8] Batyrshin E. S., Mullayanov A. I., Sametov S. P. Demulsification of Water-in-Oil Emulsions under the Action of Nonuniform AC Electric Field //TECHNICAL PHYSICS LETTERS. – 2020. – Т. 46. – №. 3. – С. 253-255.

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-11-00298).



## Экспериментальное изучение вытеснения нефти пузырьковой жидкостью в модельной пористой среде<sup>1</sup>

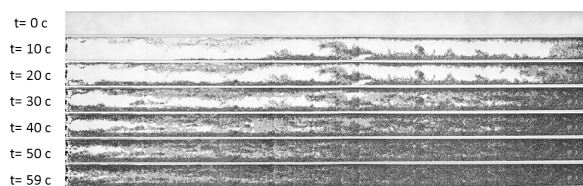
Муллаянов А.И., Питюк Ю.А.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем,  
Башкирский государственный университет, Уфа

Современное состояние нефтедобычи предполагает применение методов увеличения нефтеотдачи, которые способны обеспечить синергетический эффект в освоении новых и разрабатываемых нефтяных месторождений. Несмотря на то, что первые опыты по изучению вытеснения нефти в пористой среде были проведены достаточно давно [1], такие эксперименты до сих пор являются актуальными. А с учетом развития технологий мягкой литографии стало возможным наглядно продемонстрировать процесс вытеснения [2], изучить положительные и отрицательные свойства различных жидкостей вытеснения [3] и изучить свойства агентов вытеснения на специальных микрожидкостных устройствах [4].

В работе представлен экспериментальный подход изучения вытеснения нефти в модельной пористой среде. Собрана модель пористой среды, состоящая из двух прозрачных. В пространство между стеклами (толщина зазора 0.5 мм) были помещены стеклошарики диаметром 0.2 – 0.25 мм. Размеры насыпной модели составили 0.5×18×440 мм. Проведены исследования вытеснения нефти агентом вытеснения при постоянном объемном расходе жидкости. В качестве нефтяной фазы было использовано вазелиновое масло, а в качестве агента вытеснения – дистиллированная вода. Изначально модель пористой среды заполнялась маслом по технологии вакуумной инфузии, что обеспечивало 100% насыщение. Вытеснение масла производилось инжектированием воды с определенным объемным расходом с помощью шприцевого насоса Cole Parmer 200 CE. Перепад давления в модели регистрировался с помощью датчика давления MPX5700 (Freescale Semiconductor). Процесс вытеснения фиксировался на фотокамеру Canon 1100D.

Контрастирование жидкостей производилось путем добавления в воду красителя. Процесс вытеснения масла водой представлен на рисунке. Вытеснение происходило справа налево.



Таким образом были проведены тесты по определению пористости и проницаемости экспериментальной ячейки, вязкости вытесняемой жидкости. Оценка водонасыщенности модели в процессе вытеснения сделаны на основе результатов цифровой обработки изображений.

Далее в качестве агента вытеснения использовалась пузырьковая жидкость. Проведен сравнительный анализ картин вытеснения в зависимости от концентрации и размеров пузырьков. Следующим этапом исследований планируется изучить влияние акустического поля на процесс вытеснения пузырьковой жидкости.

### Список литературы:

- [1] Buckley S. E. et al. Mechanism of fluid displacement in sands //Transactions of the AIME. 1942. T. 146, №. 01. P. 107–116.
- [2] Xiao S. et al. Destabilization, propagation, and generation of surfactant-stabilized foam during crude oil displacement in heterogeneous model porous media //Langmuir. 2018. Vol. 34, No. 3. P. 739–749.
- [3] Ma K. et al. Visualization of improved sweep with foam in heterogeneous porous media using microfluidics //Soft Matter. 2012. Vol. 8, No. 41. P. 10669–10675.
- [4] Fan Y. et al. Low-cost PMMA-based microfluidics for the visualization of enhanced oil recovery //Oil & Gas Science and Technology–Revue d'IFP Energies nouvelles. 2018. Vol. 73. P. 26.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-20102.

## Необходимые условия формирования объемной области образования гидрата при закачке газа в насыщенный метаном и водой пласт<sup>1</sup>

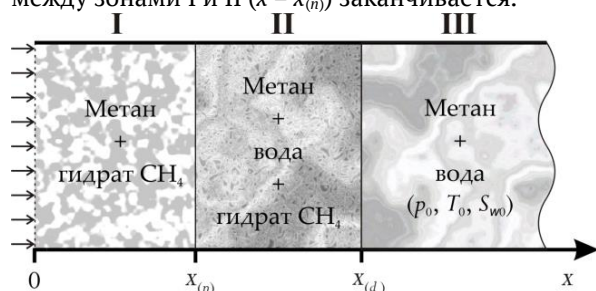
Мусакаев Н.Г.<sup>\*</sup>, Хасанов М.К.<sup>\*\*</sup>, Губайдуллин А.А.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень,

<sup>\*\*</sup>Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак

В последнее десятилетие наблюдается устойчивый рост в мировом потреблении природного газа (в первую очередь, метана) [1]. Во многом это связано с устойчивым экономическим ростом, а также с государственной политикой ряда стран по замещению в электроэнергетике и теплоснабжении угля на газ. В связи с возрастающим потреблением газа возникает интерес к организации надежных хранилищ природного газа вблизи крупных газопотребляющих центров. Достаточно эффективным представляется хранение углеводородного газа в пористых коллекторах в газогидратном состоянии [2-4].

С целью теоретического обоснования подземного газогидратного хранения природного газа рассмотрим задачу о закачке метана в горизонтальный полубесконечный пласт, поры которого в исходном состоянии заполнены газом и водой. Схема этой задачи представлена на рисунке: на границе между зонами II и III ( $x = x_{(d)}$ ) процесс гидратообразования начинается, а на границе между зонами I и II ( $x = x_{(n)}$ ) заканчивается.



В работах [3, 5-7] для задачи образования гидрата метана при нагнетании газа в пористый коллектор приведены в одномерном приближении автомодельные решения, которые позволяют найти распределения основных параметров (давление, температура, насыщенности фаз) в пласте. При этом важным

вопросом является выявление условий, определяющих режим образования газогидрата в пористой среде: на фронтальной поверхности или в объемной области.

В этой связи в работе доказано, что при нагнетании газа в пористый коллектор, насыщенный газом и водой, объемная область образования газового гидрата может существовать только при выполнении двух условий: 1) коэффициент пьезопроводности пласта должен быть больше его коэффициента температуропроводности; 2) давление, под которым газ закачивается в пористый коллектор, должно быть выше, чем равновесное давление гидратообразования, соответствующее температуре пласта в исходном состоянии. В противном случае образование газогидрата происходит на фронтальной поверхности.

### Список литературы:

- [1] [1] Demirbas A. Natural gas. Methane gas hydrate. London: Springer, 2010. P. 57-76.
- [2] [2] Кузнецов Ф.А., Истомин В.А., Родионова Т.В. Газовые гидраты: исторический экскурс, современное состояние, перспективы исследований // Российский химический журнал. 2003. Т. 47, № 3. С. 5-18.
- [3] [3] Нурисламов О.Р., Шагапов В.Ш. Нагнетание газа во влажную пористую среду с образованием газогидрата // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 76, № 5. С. 809-823.
- [4] [4] Бондарев Э.А., Рожин И.И., Попов В.В., Аргунова К.К. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты // Криосфера Земли. 2015. Т. 19, № 4. С. 64-74.
- [5] [5] Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К. Нагнетание газа в пористый резервуар, насыщенный газом и водой // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 4. С. 645-656.
- [6] [6] Shagapov V.Sh., Musakaev N.G., Khasanov M.K. Formation of gas hydrates in a porous medium during an injection of cold gas // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2015. V. 84. P. 1030-1039.
- [7] [7] Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. – М.: Наука, 2016. 240 с.

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-10023)

## Численное исследование акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер

Насибуллаева Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Проводится численное исследование акустического рассеяния от сфер, через поверхность которых проходит волна (звукопроницаемые сферы), с центрами, расположенными на одной оси, при внешнем воздействии — сферической волны от монопольного источника излучения, произвольно расположенного в пространстве, или плоской волны с произвольным направлением распространения, которое определяется единичным вектором нормали, проведенным к волновому фронту. Целью работы является проведение параметрического анализа обобщенных численной модели и методики расчета для определения поля вокруг и внутри коаксиальных сфер при внешнем воздействии, представленных в работе [1]. При решении уравнения Гельмгольца использовалась численная техника [2], основанная на быстром методе мультиполей, которая позволяет достичь высокой точности получаемых результатов, а также минимизировать машинное время.

Проведено сравнение и получено хорошее соответствие результатов расчета с известными экспериментальными данными, представленными в [3] для одиночной звукопроницаемой сферы и [4] для одной и двух звукопроницаемых сфер.

Сравнение различных подходов к усечению бесконечных рядов в разложении показало следующее: результат с хорошей степенью точности с помощью одного ряда дает подход, основанный на усечении всех рядов при фиксированном числе в каждом разложении, а при необходимости получения результата с определенной степенью точности — подход, основанный на сравнении двух последовательных значений суммы ряда.

Проведен численный параметрический анализ значения потенциала на поверхности сфер и распределения давления внутри и вне сфер для различных значений радиусов, физических характеристик внешней и внутренней сред (плотность и скорость звука), расстояния между сферами, расположения монопольного источника излучения относительно оси, соединяющей центры сфер, или направления распространения плоской волны. На рис. 1 представлена диаграмма распределения модуля нормированного давления для четырех коаксиальных сфер одного радиуса 585 мкм при воздействии монопольного источника излучения. Получено, что при определенных значениях параметров

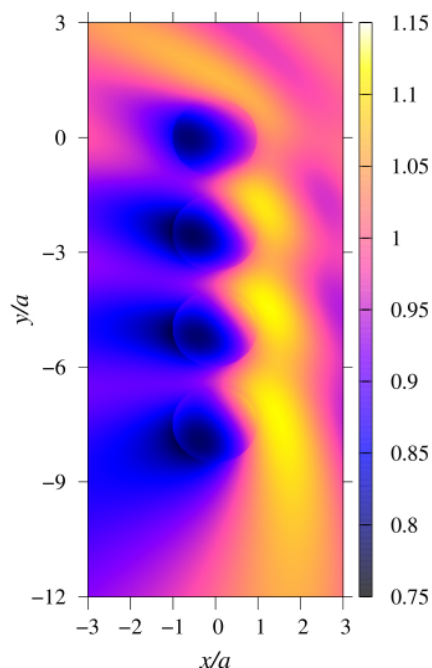


Рис. 1. Диаграмма распределения модуля нормированного давления вокруг четырех капель воды в дихлорэтане при воздействии монопольного источника излучения со сферическими координатами  $(r_{MS}, \varphi_{MS}, \theta_{MS}) = (10a, \pi/2, \pi/3)$

системы возможны появления зон повышения или понижения давления.

Полученные результаты позволяют в дальнейшем проводить тестовые расчеты для верификации общего численного алгоритма для случая множества произвольно расположенных в пространстве сфер.

### Список литературы

- [1] Насибуллаева Э.Ш. Численное моделирование акустического рассеяния от коаксиальных звукопроницаемых сфер // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 2. С. 115–124.
- [2] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // J. Acoust. Soc. Am. 2002. Vol. 112, No. 6. P. 2688–2701.
- [3] Duda R.O., Martens W.L. Range dependence of the response of a spherical head model // J. Acoust. Soc. Am. 1998. Vol. 104. Pp. 3048–3058.
- [4] Kapodistrias G., Dahl P.H. Effects of interaction between two bubble scatterers // J. Acoust. Soc. Am. 2000. Vol. 107. Pp. 3006–3017.

## Сингулярный метод в задачах электрогидродинамики однородных суспензий сферических капель

Натяганов В.Л., Маслов С.А.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

В классе обобщенных функций найдены решения ряда задач электрогидродинамики (ЭГД) для сферических капель с поверхностным зарядом простого или двойного электрического слоя (ДЭС).

Хотя для капель с различным типом поверхностного заряда системы определяющих уравнений совпадают и состоят из уравнений гидродинамики в приближении Стокса и уравнения Лапласа для электрического потенциала, однако связь через граничные условия гидродинамических и электрических частей этих задач различна [1,2].

Для большинства рассмотренных ЭГД задач электрический потенциал  $\varphi$  и поле скоростей через функцию тока  $\psi$  в сферических координатах ищется в виде

$$\varphi = (\alpha r + \beta/r^2) \cos \theta + C,$$

$$\psi = (A_4 r^4 + A_2 r^2 + A_1 r + D_1/r) \sin^2 \theta$$

или

$$\psi = (A_5 r^5 + A_3 r^3 + A_0 + D_2/r^2) \sin^2 \theta \cos \theta$$

для области вне капли ( $r > 1$ ) и в таком же виде для штрихованных коэффициентов внутри капли ( $r < 1$ ).

В классе обобщенных функций классические решения для одиночной капли с ДЭС с соответствующими граничными условиями [1] определяются системой вида [3]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{v} + \nabla p &= 8\pi A_1 \mathbf{u}_0 \delta(\mathbf{r}), \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= -4\pi D_1 (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla \delta(\mathbf{r})), \\ \Delta \varphi &= 4\pi \beta (\mathbf{k} \cdot \nabla \delta(\mathbf{r})), \end{aligned} \quad (1)$$

т.е. влияние капли на поток при  $r > 1$  описывается электрическим диполем и линейной комбинацией точечной силы (член с  $A_1$ ) и потенциального диполя (член с  $D_1$ ). Для капли с простым электрическим слоем система типа (1), но с другими правыми частями, описывает сингулярное воздействие на поток от комбинации стресслота – симметричной части силового диполя (член с  $A_0$ ) и осесимметричного квадруполья (член с  $D_2$ ), которые дают сингулярный вклад и для  $\operatorname{div} \mathbf{v}$ .

Затем эти сингулярные решения методом осреднения по ансамблю возможных конфигураций [3,4] обобщаются на однородные суспензии таких капель для получения их интегральных характеристик типа эффективных значений вязкости  $\mu$ , электропроводности  $\sigma$  и диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . В частности, после осреднения системы (1) получаем

$$\operatorname{rot} \langle \mathbf{u} \rangle + \nabla \langle p \rangle = 6c A_1 g(r) \mathbf{u}_0,$$

$$\operatorname{div} \langle \mathbf{u} \rangle = -3c D_1 \left[ \frac{dg}{dr} + g(2) \delta(r-2) \right] u_0 \cos \theta,$$

$$\Delta \langle \varphi \rangle = 3c \beta \left[ \frac{dg}{dr} + g(2) \delta(r-2) \right] \cos \theta,$$

где  $g(r)$  – бинарная коррелятивная функция с разрывом при  $r = 2$ , а угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  означают результат осреднения. К этой системе необходимо добавить уравнения для центральной (пробной) капли, а затем итоговую систему решать в трех областях при  $r < 1$ ,  $1 < r < 2$  и  $r > 2$  с соответствующими граничными условиями [3,5].

Особое внимание обращается на эффект сильного роста  $\epsilon$  для суспензии капель с тонким двойным электрическим слоем при ее электрокапиллярном дрейфе в электрическом поле. Этот эффект позволил теоретически обосновать ряд характерных черт торнадо в развивающейся стадии до касания воронки подстилающей поверхности [5].

### Список литературы:

- [1] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: ГФМЛ, 1959. 700 с.
- [2] Мелчер Дж.Р. Электрогидродинамика // Магнитная гидродинамика. 1974. № 2. С. 3-30.
- [3] Натяганов В.Л., Орешина И.В. Электрогидродинамика монодисперсных эмульсий // Коллоидный журнал. 2000. Т. 62. № 1. С. 90-100.
- [4] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336с.
- [5] Маслов С.А., Натяганов В.Л. Роль эффекта гигантской диэлектрической проницаемости в процессе генерации торнадо // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20(2). <http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-2/articles/82>

## Устойчивость течения термовязкой жидкости в канале теплообменника

Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа  
Башкирский государственный университет, Уфа

В реальных условиях течение жидкостей очень часто сопровождается перепадом температур. Однако при решении вопросов, связанных с устойчивостью течения, это обстоятельство, как правило, не принимается во внимание. Между тем, вязкость жидкости как параметр, в основном определяющий закономерности течения, весьма чувствителен к изменению температуры.

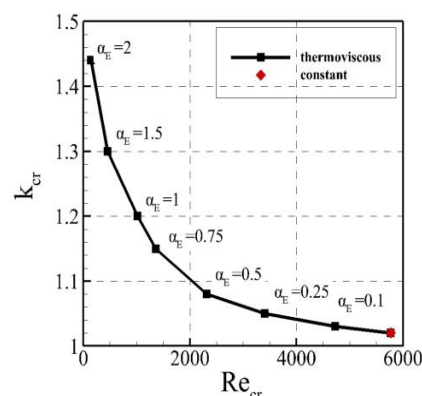
Задача об устойчивости ламинарного течения несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью описывается уравнением Орра–Зоммерфельда [1–2]. Вопрос об устойчивости течения термовязкой жидкости в канале с неоднородным температурным полем остается актуальным и в настоящее время.

В работе рассмотрена устойчивость течения термовязких жидкостей с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры в канале теплообменника. Понятие термовязкой жидкости введено в связи с необходимостью учета изменения вязкости от температуры в рассматриваемых процессах. Указанная зависимость была выбрана для возможности вычисления аналитически профиля скорости течения в канале.

Ранее уже были представлены спектральные характеристики течения термовязкой жидкости в плоском канале с нагревом верхней стенки [4]. Также были изучены собственные функции (амплитуды поперечной скорости течения) и возмущения поперечных скоростей течения, их интенсивность роста или затухания с течением времени [5].

В настоящей работе представлены результаты о влиянии учета параметра термовязкости, равно показателю экспоненты в зависимости вязкости от температуры, на критические параметры течения жидкости в канале с неоднородным температурным полем.

Изменения критического волнового числа  $k_{cr}$  и критического числа Рейнольдса  $Re_{cr}$  от параметра термовязкости  $\alpha_E$  для течений жидкости с постоянной вязкостью и термовязких жидкостей представлены на рисунке.



При уменьшении параметра термовязкости критическое значение волнового числа уменьшается, а критическое число Рейнольдса – увеличивается, при этом для очень малых значений параметра термовязкости критические волновые числа и критические числа для течения термовязких жидкостей и изотермического течения жидкости – совпадают.

### Список литературы:

- [1] Orszag S. A. Accurate solution of the Orr–Sommerfeld equation // *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, Vol. 50, Part 4, pp. 689–703.
- [2] Дразин Ф. Введение в теорию гидродинамической устойчивости // М.: Физматлит, 2005, 288 с.
- [3] Киреев В.Н., Низамова А.Д., Урманчиев С.Ф. Некоторые особенности гидродинамической неустойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале // *Прикладная математика и механика*. 2019. Т. 83. № 3. С. 478–483.
- [4] Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф. Влияние зависимости вязкости от температуры на спектральные характеристики уравнения устойчивости течения термовязких жидкостей // *Многофазные системы*. 2019. Т. 14, № 1. С. 52–58.
- [5] Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф. Исследование собственных функций возмущения поперечной составляющей скорости потока термовязких жидкостей // *Многофазные системы*. 2019. Т. 14, № 2. С. 132–137.

## Инвариантные подмодели одноатомного газа на трехмерных подалгебрах с проективным оператором<sup>1</sup>

Никонорова Р.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматривается система уравнений газовой динамики с уравнением состояния одноатомного газа [1]

$$\begin{aligned} D\vec{u} + \rho^{-1}\nabla p &= 0, \\ D\rho + \rho \operatorname{div}\vec{u} &= 0, \\ DS &= 0, \quad S = p\rho^{-\frac{5}{3}}. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D = \partial_t + \vec{u} \cdot \nabla$  — оператор полного дифференцирования по времени,  $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$  — вектор градиента,  $\vec{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $S$  — функция энтропии. Все зависимые переменные считаются функциями времени  $t$  и декартовых координат  $\vec{x} = (x, y, z)$

Система (1) допускает группу преобразований с 14-мерной алгеброй Ли. Специфика модели одноатомного газа заключается в том, что алгебра Ли содержит проективный оператор  $X_{12} = t^2\partial_t + tx\partial_x + ty\partial_y + tz\partial_z + (x-tu)\partial_u + (y-tv)\partial_v + (z-tw)\partial_w - 3t\rho\partial_\rho - 5tp\partial_p$ . Оптимальная система неподобных подалгебр 14-мерной алгебры Ли построена в работе [2]. Из оптимальной системы неподобных подалгебр рассматриваются трехмерные подалгебры, содержащие проективный оператор. Для этих подалгебр вычисляются инварианты базисных операторов.

Если их оказывается достаточно, чтобы выразить через них все искомые функции, то строятся инвариантные подмодели ранга 1, представляющие собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений [3]. Построено 9 инвариантных подмоделей. При рассмотрении вырожденных решений для некоторых подмоделей были найдены точные решения, для которых получены траектории движения частиц газа в физическом пространстве.

### Список литературы

- [1] Овсянников Л. В. Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика // Прикладная математика и механика. Москва: РАН. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30–55.
- [2] Черевко А. А. Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых системой уравнений газовой динамики с уравнением состояния  $p = f(S)\rho^{\frac{5}{3}}$ . - Новосибирск, 1996. (Препринт/ Институт гидродинамики СО РАН; № 4. 39 с.).
- [3] Никонорова Р.Ф. Подмодели одноатомного газа наименьшего ранга, построенные на основе трехмерных подалгебр симметрии. // Сибирские электронные математические известия. 2018.з Т. 15. С. 1216–1226.

<sup>1</sup>Работа поддержана грантом РФФИ (№ 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052)



## Моделирование действия взрыва на метанонасыщенный угольный пласт<sup>1</sup>

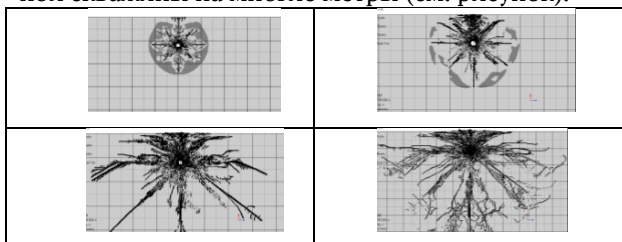
Одинцев В.Н., Шиповский И.Е.

Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова РАН, Москва

Метанонасыщенный угольный пласт является природной двухфазной системой «уголь-метан», которая при техногенном воздействии часто неконтролируемым образом разрушается в виде катастрофических выбросов газа, выбросов угля и газа, обрушений и т.п. Взрывное воздействие на угольный пласт является одной из мер по повышению качества предварительной дегазации пласта и предотвращения выбросов угля и газа в горные выработки. Однако, как показывает опыт, результат действия взрыва не всегда удается спрогнозировать, что можно объяснить сложной реакцией двухфазной системы на динамическое воздействие.

В работе исследуются геомеханические особенности разрушения метанонасыщенного угольного пласта. Развитие зон разрушения пласта для активации дегазационных процессов рассматривается как последовательное действие двух факторов: (1) действие взрывной волны; (2) действие на пласт газообразных продуктов взрыва.

Моделирование действия волны проводилось методом сглаженных частиц SPH [1–3]. Определялись основные особенности импульса напряжения при использовании взрывчатых веществ различной мощности. Установлено, что при определенных условиях взрывная волна формирует локализованные зоны деформации, которые можно определить как зоны предразрушения угля. Они могут простираются от взрывной скважины на многие метры (см. рисунок).



На рисунке показана последовательность рассчитанных картин нарушенности пласта, наведенной взрывом скважинного заряда типа ANFO.

Установлено также, что взрывное воздействие в изначально слабо проницаемом пласте угля может сформировать перколяционный кластер наведенных фильтрационных каналов, определяющий эффективность дегазации пласта. Размеры и конфигурация зон наведенной фильтрации сильно различаются в зависимости от условий разработки пласта. Такое различие объясняет неоднозначный результат проводимых дегазационных взрывов.

Протяженные локализованные зоны предразрушения угля являются зонами последующего развития магистральных трещин, растущих от взрывной скважины за счет распирающей нагрузки газообразных продуктов взрыва. Развитие магистральных трещин традиционно описывается в квазистатическом приближении, поскольку проникновение газообразных продуктов взрыва в трещину происходит со скоростью, значительно меньшей скорости звука в угле.

Рассмотрен процесс развития магистральной трещины в метанонасыщенном угле. Процесс описывается двумя моделями. Для начальной стадии используется механика трещин Гриффитса-Ирвина. Нагрузка определяется изменяющимся давлением газообразных продуктов взрыва. Установлено, что трещина неизбежно должна остановиться вследствие падения давления газа ниже критического.

Вторая стадия процесса описывается оригинальной моделью развития трещины в метанонасыщенном угле, учитывающей переход метана на берегах трещины из растворенного состояния в угле в свободное состояние в трещине. В модели используется закон Генри для оценки количества метана, перешедшего в свободное состояние, и фрактальная природа берегов трещины.

Показано, что при метастабильном состоянии растворенного в угле метана, и, как следствие, низком значении трещиностойкости угля [4], развитие трещины может быть неограниченным. Этот случай характерен для внезапного выброса угля и газа, часто следующего за взрывным воздействием на пласт.

Выявленные закономерности способствуют пониманию особенностей разрушения системы «уголь-метан», что имеет значение для безопасной и эффективной отработки метанонасыщенных пластов.

### Список литературы

- [1] Shipovskii I.E., Simulation for fracture by smooth particle hydrodynamics code // Scientific Bulletin of National Mining University, 2015, 1 (145), p. 76–82.
- [2] Odintsev V., Shipovskii I., Numerical simulation of the stress-strain state of a coal seam caused by an explosion of a blast-hole charge with an annular gap, EPJ Web of Conferences 221 (2019). 01053. DOI: 10.1051/epjconf/201922101053.
- [3] Odintsev V., Shipovskii I., Simulating Explosive Effect on Gas-Dynamic State of Outburst-Hazardous Coal Band, Journal of Mining Science, 2019, 55(4), pp. 556–566. DOI: 10.15372/FTPRPI20190406
- [4] Бобин В.А., Зимиков Б.М., Одинцев В.Н. Оценка энергии межмолекулярного отталкивания молекул сорбата в микропорах угля, ФТПРПИ, 1989, №5, с.48–56. 06

<sup>1</sup> РФФИ (проект № 18-05-00912)

## Рассеяние несферических частиц при отскоке от поверхности, обтекаемой потоком газозвеси<sup>1</sup>

Панфилов С.В., Циркунов Ю.М.

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова,  
Санкт-Петербург

Столкновения несферических частиц с гладкой стенкой и их рассеяние при отражении рассмотрено на примере частиц двух видов формы: параллелепипеда и параллелепипеда со срезанными вершинами. Задача столкновения частицы со стенкой решена численно в трехмерной постановке с использованием модели нескользящего удара. Путем прямого численного моделирования систематически исследованы индикатрисы рассеяния несферических частиц, отскакивающих от гладкой поверхности.

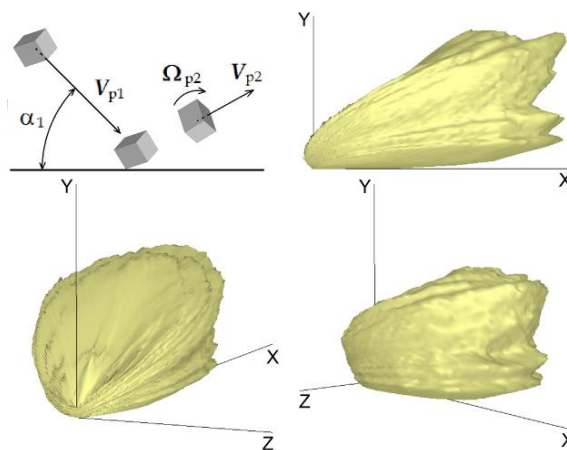
**Взаимодействие частицы с обтекаемой поверхностью** является одним из ключевых моментов в задачах двухфазной аэродинамики. При моделировании обтекания тел потоком газозвеси частицы, как правило, считаются сферическими, а их отражение от поверхности моделируется на основе коэффициентов восстановления скорости центра масс, то есть носит регулярный характер.

В реальных течениях запылённого газа форма частиц, даже изометрических, заметно отличается от сферической. Частицы часто имеют призматическую форму или же плоские грани, что связано, например, с кристаллической решеткой. Взаимодействие таких частиц с поверхностью определяется не только углом падения, скоростью центра масс и угловой скоростью, но и случайной ориентацией частицы относительно поверхности в момент удара. Поэтому несферические частицы отскакивают от обтекаемой поверхности случайным образом.

В большинстве экспериментов по определению коэффициентов восстановления использовались несферические частицы (корунд, песок, зола). Однако невозможно описать пространственное рассеяние при отражении несферических частиц в рамках моделей, основанных на коэффициентах восстановления нормальной и касательной к поверхности компонент скорости центра масс. Необходимы модели, учитывающие локальное взаимодействие в области контакта частицы с поверхностью.

Целью данного исследования являлось изучение рассеяния несферических частиц при отскоке, влияния параметров модели отражения на коэффициенты восстановления компонент скорости центра масс частицы. Отражение частицы от поверхности рассматривалось в трехмерной постановке с использованием простой модели, основанной на коэффициенте восстановления нормальной скорости точки контакта частицы с поверхностью. Касательная скорость точки контакта отраженной частицы принималась равной нулю (удар без проскальзывания). Учитывались повторные удары частицы о поверхность.

В результате прямого численного моделирования отскока большого числа частиц были построены пространственные индикатрисы рассеяния. Типичный вид индикатрисы приведен на рисунке (траектория падающей частицы лежит в плоскости XY).



Анализ результатов численного моделирования показал существенную роль повторных ударов при отражении несферических частиц. При близком к нормальному падении доминирующее направление отскока существенно различно для сферических и несферических частиц, этом потери кинетической энергии для несферических частиц оказываются существенно меньше, чем для сферических.

<sup>1</sup> Грант РФФИ № 20-08-00711



## Гидродинамика и теплоперенос в газокапельном пристенном турбулентном потоке<sup>1</sup>

Пахомов М.А., Терехов В.И.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Тепловая защита стенки от воздействия высокоэнthalпийных потоков с помощью пристенных завес является актуальной и важной задачей при разработке различных энергетических машин и установок. Повышение температуры газа перед турбиной является основным способом роста тепловой эффективности энергетической установки. Поэтому тепловая защита обтекаемых поверхностей от воздействия высокотемпературных газовых потоков является актуальной и важной задачей при разработке различных энергетических машин и установок.

Вдув газокапельного потока – один из эффективных способов повышения тепловой эффективности пристенных завес. Основным механизмом повышения теплозащитных свойств при использовании двухфазной системы является использование энергии фазового перехода при испарении капель в непосредственной близости от защищаемой поверхности.

Авторами разработана трехмерная RANS модель расчета в эйлеровом приближении для расчета двухфазного турбулентного пристенного потока. Турбулентность газа моделируется с применением модели переноса компонент реинольдсовых напряжений с учетом двухфазности течения. Проведено моделирование структуры течения и тепловой эффективности газокапельной завесы при ее вдуве через наклонные цилиндрические отверстия в поперечную траншею. Исследование проведено в следующих диапазонах изменения входных параметров двухфазного потока: начальный размер капель  $d_1 = 0–20$  мкм и

их массовая концентрация  $M_{L1} = 0–0.05$ . Показано значительное увеличение эффективности тепловой завесы при добавлении капель в поток пристенного охладителя (до 2-х раз в сравнении с однофазным течением). Наибольшее преимущество такого способа подачи охладителя в сравнении с традиционным вдувом через наклонные отверстия в защищаемой поверхности, достигается при больших параметрах вдува. Показана перспективность использования двухфазных газокапельных пристенных завес для защиты поверхностей от теплового воздействия потока нагретого газа. В трансверсальном направлении величина тепловой эффективности газокапельной завесы снижается незначительно (до 10–15%), и форма кривых имеет примерно такой же вид, как и для однофазного течения.

Дополнительно были проведены сопоставления с применением лагранжева траекторного подхода. В численных расчетах с использованием лагранжева и эйлерова подходов компоненты продольной осредненной скорости частиц различаются незначительно и это отличие составляет порядка 10%. Отличие результатов, полученных по эйлерову и лагранжеву подходам в основном проявляется при расчете концентрации капель. Отличие в результатах расчетов тепловой эффективности пристенной двухфазной завесы по обоим подходам крайне мало и не превышает 3%. Показано применимость обоих подходов для описания динамики и теплообмена двухфазной пристенной струи.

<sup>1</sup>Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ 18-08-00386).

## Прогнозирование структуры течения газожидкостной смеси в рельефных трубопроводах

Пашали А.А.

ПАО «НК «Роснефть», Уфа

Актуальность работы обусловлена необходимостью моделирования образования жидкостных пробок в процессе транспортировки газа по рельефным трубопроводам с целью повышения надежности их эксплуатации. Ввиду поздней стадии разработки основной части месторождений РФ, добываемые флюиды характеризуются высокой поверхностной температурой, вследствие чего на этапах предварительной подготовки нефти осуществляется режим горячей промысловой сепарации попутного газа. При транспортировке отсепарированного газа по трубопроводам, проложенным по холмистой местности, в процессе постепенного остывания газа происходит образование жидкостных (конденсатных) пробок, в особенности на V-образных участках трубопровода.

При определенных условиях (в зависимости от скорости потока газа) застойные зоны жидкости на V-образных участках трубопровода способны терять устойчивость, что приводит к появлению режимов течения в виде периодических жидкостных пробок. Данный режим течения при транспортировке газоконденсатной смеси по трубопроводу может вызвать вибрацию, перемещение труб относительно эстакады и, как следствие, привести к разрушению элементов трубопровода.

В работе представлен анализ известных методов предсказания структуры течения газожидкост-

ной смеси на V-образных участках трубопровода на основе данных по параметрам трубы и свойствам флюидов. Автором разработан механистический метод определения условий начала процесса пробкообразования в застойной зоне трубопровода, основанный на решении задачи устойчивости Г. Гельмгольца и У. Кельвина для области тангенциального разрыва скоростей на границе двух контактирующих жидкостей в предположении безвихревого течения. При этом в расчетной схеме заложено, что жидкость и газ на границе раздела имеют разрывы по плотности и скорости, а распределение давления по всей системе является непрерывным.

Получено условие потери устойчивости волнового течения и, соответственно, перехода к пробковому режиму течения, на восходящем участке рельефного трубопровода. Сопоставление расчетной и экспериментальной границы потери устойчивости волнового течения в узком сечении V-образного участка трубы показало, что расхождение расчетных и экспериментальных данных не превышает погрешности, допустимой при инженерных расчетах.

Полученные результаты планируется применять при проведении гидравлических расчетов трубопроводных систем, служащих для транспортировки попутного газа с технологических объектов, в процессе проектирования поверхностного обустройства нефтяных месторождений.

## Разработка математической модели гидравлического сопротивления участка трубопровода с учетом влияния теплопереноса и структуры режимов водонефтяной смеси

Пашали А.Ф.\*, Михайлов В.Г.\*\*

\*ПАО «НК «Роснефть», Уфа

\*\*ООО «РН.БашНИПинефть», Уфа

Целью работы является разработка математической методики расчета потерь давления на гидравлическое трение, которая сводится к определению влияния структуры течения на параметр объемного содержания воды или нефти в смеси, а также на величину гидравлического сопротивления трубопровода с учетом температурных изменений физических свойств нефти. Учет структуры течения смеси вода-нефть необходим при проведении гидравлических расчетов промысловых трубопроводных систем для транспортировки флюида после предварительной подготовки нефти на технологических объектах, важным моментом при проведении инженерных расчетов водонефтяных трубопроводных систем является также тепловое моделирование течения с целью установления распределения средней температуры в различных структурах потока вода-нефть по длине трубопровода в пределах участка с одинаковыми теплофизическими свойствами грунта (окружающей среды). Температура транспортируемой водонефтяной смеси оказывает влияние на производительность трубопровода: понижение температуры сопровождается увеличением вязкости нефти, что создает дополнительное сопротивление трения о внутренние стенки трубы, требуя больше энергии для перекачивания одинакового количества флюида.

Авторами разработана математическая мо-

дель для расчета гидравлического сопротивления участка трубопровода с учетом влияния теплопереноса и структуры следующих режимов водонефтяной смеси: стратифицированного; стратифицированного с перемешиванием на границе раздела жидкостей; дисперсного «нефть в воде и вода»; дисперсного «нефть в воде»; дисперсного «вода в нефти»; дисперсного «вода в нефти» и дисперсного «нефть в воде». Приведены расчетные и экспериментальные зависимости относительного объемного содержания воды от приведенной скорости воды при заданных значениях приведенной скорости нефти и зависимости потерь напора от приведенной скорости воды при заданных значениях приведенной скорости нефти, которые наглядно демонстрируют влияние структуры течения флюида на величину объемного содержания воды и потерь напора течения. Проведен тепловой расчет расслоенных и дисперсных режимов течения водонефтяной смеси в трубопроводе, при допущении, что тепло, потерянное флюидом в сегменте трубы, должно быть равным теплу, переданному в окружающую среду.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных показало, что разработанная методика позволяет с приемлемой погрешностью, не превышающей 5%, проводить термобарические расчеты промысловых участков трубопроводов.

## Волны в жидкости над деформируемой поверхностью

Перегудин С.И.\*, Перегудина Э.С.\*\*, Холодова С.Е.\*\*\*

\*СПбГУ, СПб

\*\*СПГУ, СПб

\*\*\*ИТМО, СПб

Рассмотрим задачу о взаимодействии потока жидкости с дном, состоящим из сыпучего материала. Для объяснения механизма образования волн на поверхности сыпучей среды воспользуемся классической гипотезой, изложенной в монографии Б.А. Шуляка [1].

Волны на поверхности сыпучей среды начали привлекать пристальное внимание исследователей чуть позже, чем волны на воде. Однако в противоположность последним, они пока недостаточно изучены. Причина этого — не только отсутствие большего интереса к ним со стороны исследователей, но и в значительных сложностях их изучения. Достаточно указать, что в основном логически законченный математический аппарат динамики жидкости был сформирован еще классиками гидродинамики, в то время как для сыпучей среды исследователи не имеют его и сейчас. Всякий раз исследователи используют частные приемы и вспомогательные методы, которые позволяют далеко не полностью компенсировать отсутствующую теорию динамики сыпучей среды. Аналогичные трудности встречаются и в экспериментальной практике.

В естественных природных водоемах достаточно редки случаи, когда дно акватории твердо, непроницаемо и недеформируемо. Как правило, дно реки или моря представляет собой смесь, компонентами которой являются песок, ил, глина или гравий. В результате воздействия потока жидкости поверхность дна принимает волнообразную форму. Такого рода песчаные волны можно наблюдать на отмелях рек после схода воды. Подобные, только гораздо более высокие, волны образуются в пустыне в виде дюн и барханов.

Рассмотрим трехслойную среду — два слоя идеальной однородной жидкости, грунт. Нижняя жидкость имеет плотность  $\rho_1$ , верхняя —  $\rho_2$ ,  $\rho_1 > \rho_2$ . На поверхности раздела верхний слой — воздух (свободной поверхности), и на поверхности раздела двух слоев образуются волны. При движении нижнего слоя происходит взаимодействие жидкости с грунтом, в

результате чего частицы донного слоя также приходят в движение.

Расположим ось  $x$  вдоль невозмущенной горизонтальной поверхности раздела слоев, ось  $y$  направлена вертикально вверх. Толщина верхнего слоя в невозмущенном состоянии —  $H_2$ , нижний слой (в предположении горизонтальности дна) имеет толщину  $H_0$ . Свободная поверхность в текущий момент времени  $t$  будет иметь вид  $y = H_2 + \eta_2(x, t)$ , поверхность раздела  $y = \eta_1(x, t)$ , поверхность дна  $y = -H_0(x, t) = -H_0 + \eta(x, t)$ .

Будем считать движение в каждом слое потенциальным:

$$\left( u_j(x, y, t), v_j(x, y, t) \right) = \nabla \varphi_j(x, y, t), \quad j = 1, 2.$$

На свободной поверхности и поверхности раздела выполняются кинематическое и динамическое условия, кроме того, в каждом слое жидкости имеет место интеграл Лагранжа-Коши. На деформируемом дне выполняется кинематическое условие и уравнение неразрывности для деформируемого донного слоя, связывающее расход жидкости через вертикальное сечение донного слоя с формой его поверхности [1-3].

В предположении волн малой амплитуды изначально сформулированная задача допускает аналитическое решение, при этом исследуемый динамический процесс возможен лишь в случаях, когда фазовая скорость волны зависит либо от волнового числа, твердого расхода донного вещества и горизонтальной компоненты скорости, либо — от волнового числа, ускорения свободного падения и плотности каждого слоя, в частности, их градиента, либо — лишь от волнового числа и ускорения свободного падения. Все эти свойства хорошо проявляются в случае бесконечной глубины каждого из слоев.

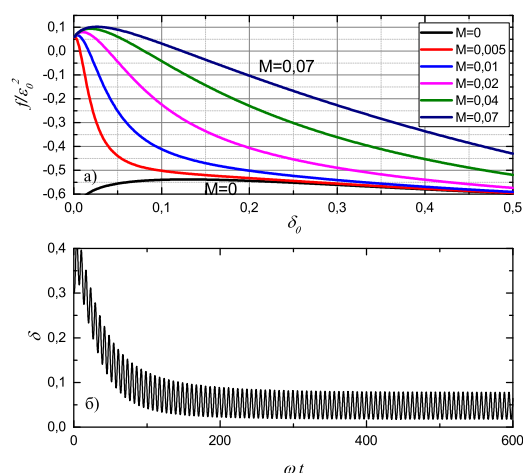
### Список литературы:

- [1] Шуляк Б.А. Физика волн на поверхности сыпучей среды и жидкости. М.: Наука, 1071. 400 с.
- [2] Перегудин С.И. Волновые движения в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 288 с.
- [3] Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2009. 456 с.

## Моделирование слияния газовых пузырьков в жидкости в пульсирующем поле давления<sup>1</sup>

Петров А.Г., Сандуляну Ш.В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва



Рассматривается взаимодействие двух сферических пузырьков произвольных радиусов  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_2 \geq R_1$ ) в жидкости плотности  $\rho_l$  и вязкости  $\mu_l$  вблизи их контакта в пульсирующем поле давления  $p(t) = p_\infty + \Delta p \cos(\omega t)$ . Для вывода динамических уравнений использован метод Лагранжа [1] с учетом обобщенных не потенциальных вязких сил.

При частоте пульсации много меньше собственных частот и малой амплитуде пульсации давления показано, что относительные амплитуды пульсации радиусов имеют одинаковую фазу и равны между собой  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$ ,

$\varepsilon_0 = -\Delta p / (3\gamma p_\infty)$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты газа в пузырьках.

Методом исключения циклических координат Рауса и последующего осреднения динамические уравнения пузырьков сведены к уравнению для малого зазора  $h$  между сферами под действием осредненной силы. Показано, что притяжение или отталкивание пузырьков зависит от знака осредненной силы  $f$ . При отношении радиусов  $1 \leq R_2/R_1 < 2.8$  пузырьки всегда сливаются для любого безразмерного параметра вязкости  $M = \mu_l / (\rho_l R_1^2 \omega)$ . При отношении  $R_2/R_1 \geq 3$  были найдены режимы отсутствия слияния пузырьков для различных  $M$  и  $\varepsilon_0$  (см. Рис. а – зависимость осредненной безразмерной силы  $f$  от среднего относительного расстояния между сфер  $\delta_0 = h_0/R_1$ ,  $h_0$  – средний зазор для  $R_2/R_1 = 3$  при разных  $M$ ), что соответствует изменению знака  $f$ . Данный результат был подтвержден численным решением уравнений Лагранжа (см. Рис. б – зависимость относительного расстояния  $\delta = h/R_1$  от  $\omega t$  для  $R_2/R_1 = 3$  при  $M = 0, 02$  и  $\varepsilon_0 = 0, 05$ ).

### Список литературы

- [1] Петров А. Г. Вынужденные колебания в жидкости двух газовых пузырей в окрестности их контакта. МЖГ – 2011. – №. 4. – С. 81-99.

<sup>1</sup> Работа выполнена по теме государственного задания (№ государственной регистрации АААА-А20-120011690138-6)

## Экспериментальное изучение миграции раковых клеток в двухуровневом микрожидкостном устройстве<sup>1</sup>

Рахимов А.А.<sup>1</sup>, Ахметов А.Т.<sup>1</sup>, Валиев А.А.<sup>1</sup>, Саметов С.П.<sup>2</sup>,  
Данилко К.В.<sup>3</sup>, Хайруллина Р.Р.<sup>3</sup>, Хисматуллин Д.Б.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

<sup>2</sup>ООО «РН-БашНИПинефть», Уфа

<sup>3</sup>«Башкирский государственный медицинский университет», Уфа

<sup>4</sup>Тулейнский университет, Новый Орлеан, Луизиана, США

Миграция является одним из основных свойств жизнедеятельности множества живых клеток, она обеспечивает нормальное развитие организма, иммунный ответ, но также и воспалительные процессы, и метастазирование опухолей. Обычно течение в микроканалах происходит при малых числах Рейнольдса, смешивание двух ламинарных потоков происходит за счет диффузии.

Для определения миграционного потенциала клеток была разработана и изготовлена миграционная ячейка. К верхней камере ячейки по двум подводющим каналам с помощью гидростатического насоса подается соответственно хемоаттрактант и питательная среда. За счет диффузии происходило формирование потока с градиентом концентрации поперек ламинарного течения в канале, который должен привести к активизации раковых клеток, расположенных в нижней камере, соединенной с верхней «миграционными» микроканалами. Полученный характер миграции зависел от ширины

«миграционных» каналов и начального расположения клеток. Для сравнительного анализа движений клеток с различной миграционной способностью, на линиях клеток: HeLa, MCF-7 и UROtsa проведен тест на зарастание раны поверхности. Степень зарастания раны оказалась максимальной в присутствии 10% сыворотки FBS и 2 нг/мл HGF в культуральной среде DMEM. В микрофлюидных экспериментах использовали раковые линии HeLa и MCF-7. Наличие хемоаттрактанта активирует раковые клетки и вызывает их миграцию по направлению градиента концентрации хемоаттрактанта в «миграционных» каналах, соединяющих нижнюю камеру с адсорбированными раковыми клетками с верхней камерой, поставляющей хемоаттрактант. Клетки MCF-7 проявили большую направленную миграционную активность, по сравнению с линией HeLa.

<sup>1</sup> Исследование частично выполнено за счет средств государственного бюджета по госзаданию на 2019-2022 годы (№ 0246-2019-0052) и гранта РФФИ (№18-01-00779 А).

## Теплофизические свойства наножидкостей с обычными частицами и углеродными трубками<sup>1</sup>

Рудяк В.Я.<sup>1,2</sup>, Третьяков Д.С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Наножидкости, то есть двухфазная среда, состоящая из несущего флюида и наночастиц, активно изучаются два последних десятилетия. Такой интерес связан, с одной стороны, как с существующими, так и с возможными в будущем их применениями, а с другой, с необычными свойствами [1]. Действительно, оказалось, что теплофизические свойства наножидкостей не описываются классическими теориями (Эйнштейна, Максвелла и т.п.) [2, 3]. Тем не менее, все еще встречаются противоречивые экспериментальные данные, и, как правило, отсутствует понимание механизмов процессов переноса в наножидкостях. Ситуация осложняется и тем, что многообразие наножидкостей огромно. Это многообразие обусловлено, как разнообразием используемых базовых жидкостей, так и наночастиц. Следует иметь в виду, что помимо обычных сферических наночастиц широко используются и углеродные нанотрубки (УНТ). УНТ обладают исключительными электрическими, механическими и термическими свойствами [4]. Сложность изучения таких наножидкостей состоит в том, что в зависимости от технологии получения УНТ они могут быть одностенными, двухстенными и многостенными, и иметь поэтому существенно разные свойства. Кроме того, при создании наножидкостей, чтобы уменьшить возможное агрегирование частиц обычно используются различного типа поверхностно активные вещества (ПАВ) и ультразвуковая обработка. Поэтому при изучении теплофизических свойств наножидкостей следует аккуратно отслеживать влияние всех указанных обстоятельств.

Цель данной работы состоит в систематическом обсуждении особенностей теплофизических свойств наножидкостей как с обычными сферическими частицами, так и с УНТ. Рассматривается несколько десятков наножидкостей на основе воды, этиленгликоля, машинного масла с металлическим и оксидными наночастицами ( $\text{SiO}_2$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{ZrO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,

$\text{Fe}_3\text{O}_4$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Al}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{W}$ ) различного размера и с одностенными нанотрубками. Использовались УНТ, произведенные компанией OCSiAl, Новосибирск. Объемные концентрации частиц варьировались в широких пределах (до 10% по объему), а температуры изменялись от 5 до 50°C.

Экспериментально исследована вязкость и реология наножидкостей, их теплопроводность и электропроводность. Изучена также диффузия УНТ в жидкости. Показано, что теплофизические свойства наножидкостей с обычными частицами существенно зависят не только от концентрации частиц, но также от их размера и материала. Причем вязкость и электропроводность наножидкостей растет с уменьшением размера частиц, а теплопроводность напротив падает.

С увеличением концентрации частиц наножидкости могут менять свою реологию (если базовая жидкость была ньютоновской). Установлено, что в этом случае реология хорошо описывается моделями псевдопластической или вязкопластической жидкости. Наконец показано, что при заданной концентрации частиц реология наножидкости станет неньютоновской тем скорее, чем меньше размер частиц. Показано, что на реологию наножидкостей с УНТ существенно влияет температура, причем с увеличением температуры растет параметр консистенции.

С целью изучить механизмы процессов переноса в наножидкостях систематически использовались данные моделирования с помощью метода молекулярной динамики.

### Список литературы:

- [1] Рудяк В.Я., Минаков А.В. Современные проблемы микро- и нанофлюидики. Новосибирск: Наука, 2016. 298 с.
- [2] Rudyak V.Ya., Minakov A.V. Thermophysical properties of nanofluids // *European Phys. J. E.* 2018. Vol. 41. P. 15(12 p).
- [3] Rudyak V.Ya. Thermophysical characteristics of nanofluids and transport processes mechanisms // *J. Nanofluids* 2019. Vol. 8. P. 1–16.
- [4] Saeed K., Ibrahim K. Carbon nanotubes—properties and applications: a review // *Carbon Letters*. 2013. Vol. 14, No. 3. P. 131–144.

<sup>1</sup> Работа частично финансируется Российским фондом фундаментальных исследований, гранты № 19-01-00399, № 20-01-00041.

## Численное исследование динамики кумулятивной детонации при изменении параметров оболочки пиропатрона<sup>1</sup>

Рыбакин Б.П.\* , Кравченко М.Н.\* \*\*, Садринов Д.Р.\*\*

\* МГУ им. Ломоносова, Москва

\*\* РГУ нефти и газа, Москва

Для быстрого и эффективного введения новой скважины в эксплуатацию необходимо создать качественную гидродинамическую связь скважина - пласт. Качество такой связи определяется созданием стабильного притока нефти и газа к скважине. Существует несколько способов создания такой связи, один из них это кумулятивная перфорация. В кумулятивном заряде, энергия взрывчатого вещества (ВВ), благодаря специальной форме корпуса, фокусируется и происходит формирование кумулятивной струи. На Рис. 1 представлен процесс деформирования лайнера и формирования кумулятивной струи.

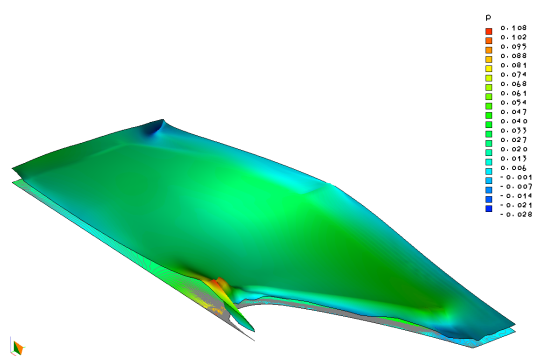


Рис. 1. Процесс формирования кумулятивной струи в пиропатроне

В данной работе исследуется процесс взрыва заряда ВВ в оболочке кумулятивного заряда с последующей деформацией и разрушением корпуса заряда, возникновением кумулятивной струи, проникающей через слои нескольких поверхностей: элемента поверхности корпуса перфоратора и стенки обсадной колонны скважины, и проникание в нефтеносный пласт. Изучается влияние формы пиропатрона на формирование кумулятивной струи и ее скорости [1], [2].

Для проведения исследований было использованы две различные формы пиропатронов. Толщина стенок пиропатронов была одинаковой, толщина лайнеров также совпадала. В качестве материала корпуса была выбрана сталь, лайнеры в обоих случаях были выполнены из алюминия.

Моделирование осуществлялось в двумерной лагранжевой осесимметрической постановке. На основе модифицированного метода Уилкинса [3] была построена, отлажена и протестирована программа решения и создана программа визуализации получаемых решений. Качество построенной сетки оптимизировались по нескольким параметрам. Для четырехугольной сетки были проведены оценки отношения минимального значения определителя матрицы Якоби, вычисляемого для каждого элемента, к максимальному элементу [4]. Кроме того была проведена оценка меры скошенности — отклонения от идеального угла. Меры гладкости, характеризующей изменение размеров соседних ячеек, вычисляются по формуле

$$q_s = \max_i \frac{S}{S_i} \quad (1)$$

где  $S$  - площади ячеек,  $S_i$  площади соседних ячеек. Кроме того, были исследованы отношения длин максимального и минимального ребра ячеек.

Созданный собственный программный код позволяет проводить численные эксперименты в широком диапазоне параметров, проследить в режиме реального времени все этапы развития процесса детонации внутри оболочного устройства с последующим деформированием оболочки пиропатрона и разрушения комплексной мишени. Численные имитационные расчеты дают адекватные результаты, качественно согласующиеся с лабораторными экспериментами. Были проведены многочисленные расчеты, в которых варьировались формы пиропатронов, материалы и углы наклона лайнеров. Проведенные исследования показали зависимость скорости движения кумулятивной струи от формы пиропатронов.

### Список литературы

- [1] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- [2] КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВСКРЫТИЯ ПЛАСТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КУМУЛЯТИВНЫХ ЗАРЯДОВ // Вестник кибернетики. 2018. Vol. 31, No. 3. P. 194–207.
- [3] Wilkins M. L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Springer, 1999, 264 p.
- [4] Молчанов А. М., Щербаков М. А., Янышев Д. С., Куприков М. Ю., Быков Л. В. Построение сеток в задачах авиационной и космической техники. Учебное пособие. МАИ. 2013, 260 с

<sup>1</sup>Грант РФФИ 18-07-01303



## Колебания балки с учетом вращательного движения<sup>1</sup>

Сабитов К.Б.

Стерлитамакский филиал Института стратегических исследований РБ,  
Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак

Изгибные поперечные колебания однородных тонких упругих стержней и балок, подверженных продольному натяжению, с учетом вращательного движения при изгибе описываются дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка [1, с. 317]

$$Lu \equiv u_{tt} + \alpha^2 u_{xxxx} - \beta^2 u_{xtt} - \gamma^2 u_{xx} = F(x, t), \quad (1)$$

где  $\alpha^2 = EJ/\rho S$ ,  $\beta^2 = r^2$ ,  $\gamma^2 = I/\rho$ ,  $S$  – площадь поперечного сечения балки,  $E$  – модуль упругости материала,  $J = r^2 S$  – момент инерции сечения относительно своей горизонтальной оси,  $r$  – радиус инерции относительно линий, проходящей через ось и перпендикулярной к плоскости изгиба,  $\rho$  – линейная плотность балки,  $T$  – сила натяжения, приложенная к концам балки,  $F(x, t)$  – непрерывная внешняя сила, рассчитанная на единицу длины балки,  $u(x, t)$  – смещение точек балки в момент времени  $t$ .

Отметим, что многие задачи о колебаниях стержней и балок имеют важное значение в строительной механике, теории устойчивости вращающихся валов и вибрации кораблей [2], [3].

Для определения колебания (смещения)  $u(x, t)$  точек балки длины  $l$  нужно задать граничные условия на концах  $x = 0$  и  $x = l$ . Вид граничных условий зависит от способа закрепления соответствующего конца. Если оба конца подперты, т.е. свободно могут вращаться вокруг точки закрепления, то в этом случае граничные условия имеют вид

$$u(0, t) = u_{xx}(0, t) = u(l, t) = u_{xx}(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

В случае балки с наглухо закрепленными концами имеем условия

$$u(0, t) = u_x(0, t) = u(l, t) = u_x(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

Если оба конца свободны, то имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} u_{xx}(0, t) = 0, \quad \beta^2 u_{ttx}(0, t) - \alpha^2 u_{xxx}(0, t) = 0, \\ u_{xx}(l, t) = 0, \quad \beta^2 u_{ttx}(l, t) - \alpha^2 u_{xxx}(l, t) = 0, \quad (4) \\ 0 \leq t \leq T. \end{aligned}$$

Если один конец жестко закреплен, а другой свободен, то имеем

$$\begin{aligned} u(0, t) = u_x(0, t) = 0, \quad u_{xx}(l, t) = 0, \\ \beta^2 u_{ttx}(l, t) - \alpha^2 u_{xxx}(l, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (5) \end{aligned}$$

Возможны и другие многочисленные случаи задания граничных условий.

Начальные условия такие же, как и в случае уравнения струны:

$$u(x, t) \Big|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t(x, t) \Big|_{t=0} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l. \quad (6)$$

Уравнение (1) рассмотрим в области

$$D = \{(x, t) \mid 0 < x < l, 0 < t < T\},$$

где  $l$  и  $T$  – заданные положительные числа, и поставим следующие задачи

**Начально-граничные задачи.** Найдти в определенной области  $D$  функцию  $u(x, t)$  со следующими свойствами:

$$u(x, t) \in C_{x,t}^{4,2}(\bar{D}), \quad (7)$$

$$Lu(x, t) \equiv F(x, t), \quad (x, t) \in D, \quad (8)$$

удовлетворяет начальным условиям (6) и одному из граничных условий (2) – (5), где  $F(x, t)$ ,  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  – заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что эти задачи изучены нами в работах [4 – 6] для уравнения (1), когда  $\beta = 0$  и  $\gamma = 0$ .

В данной работе доказаны теоремы единственности решений поставленных начально-граничных задач. В случае, когда концы балки могут свободно вращаться вокруг точки закрепления, решение задачи построено в явном виде как сумма ряда Фурье и установлена устойчивость решения от начальных данных и правой части.

### Список литературы

- [1] Рэлей Л. Теория звука. Т. 1. М.: Гостехиздат, 1955. 503 с. (изд. 2).
- [2] Крылов А.Н. Вибрация судов. М., 2012. 447 с. (изд. 2).
- [3] Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Физматлит, 1967. 444 с.
- [4] Сабитов К.Б. Колебания балки с заделанными концами // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 19, № 2. С. 311–324.
- [5] Сабитов К.Б. К теории начально-граничных задач для уравнения стержней и балок // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53, № 1. С. 89–100.
- [6] Сабитов К.Б. Начальная задача для уравнения колебаний балок // Дифференц. уравнения, 2017. Т. 53, № 5. С. 665–671.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-41-020516)

## Разработка техники и технологии СВЧ-переработки нефтешламов<sup>1</sup>

Саитов Р.И.\*, Абдеев Р.Г.\*, Абдеев Э.Р.\*, Хабаева А.Р.\*, Фатыхов М.А.\*\*

\*Башкирский государственный университет, Уфа

\*\*БГПУ имени М. Акмуллы, Уфа

Наиболее распространенные способы переработки нефтешламов, как химические, биологические, термические, физико-химические, фильтрация и отстаивание, центрифугирование при малоэффективности и дороговизне имеют целый ряд других недостатков, основными из которых являются сжигание «полезных» углеводородов, образование в больших объемах углекислого газа и других токсичных газов, низкая производительность, невозможность использования при низких температурах, неприменимость для труднорасслаиваемых высоковязких нефтешламов. Кроме того, они не могут использоваться в условиях нефтеперерабатывающих заводов, которые являются одним из источников нефтешламов, переработка которых и технологическом потоке нефтепереработки, т.е. «на месте», могла бы существенно снизить объемы образующихся отходов.

Нами разрабатывается технология переработки нефтешламов на основе новых высокоэффективных методов и оборудования, которые обеспечат безопасность для окружающей среды и здоровья людей, а также исключат вышеперечисленные недостатки существующих технологий. В настоящее время одним из перспективных технологий в нефтедобывающей и перерабатывающей отраслях считается сверхвысокочастотная обработка углеводородных соединений для снижения вязкости при транспортировке, разделения устойчивых эмульсий при первичной переработке нефти, утилизации буровых нефтешламовых отходов и отходов нефтехимического производства.

В докладе показано, что низкотемпературное разделение эмульсии возможно за счет разрыва химических связей под воздействием электромагнитного поля, а не нагрева.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ No 18-29-24178

## Асимптотическое представление кривой выхода масла при сверхкритической флюидной экстракции из полидисперсного зернистого слоя молотого высокомасличного растительного сырья<sup>1</sup>

Саламатин А.А., Егоров А.Г.

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань

Сверхкритическая флюидная экстракция (СФЭ) – технологический процесс извлечения ценных биологически активных соединений (БАВ) из молотого растительного сырья. При реализации СФЭ полидисперсная навеска засыпается в колонку экстракционного аппарата и формирует стационарный однородный зернистый слой, через который фильтруется растворитель. В качестве последнего, как правило, применяется CO<sub>2</sub>, сжатый до сверхкритического состояния [1].

Особенностью процесса на микроуровне отдельной частицы является многофазный характер распределения масла. В случае экстракции растительных жиров (триглицеридов) растворяющей способности экстрагента, как правило, недостаточно, чтобы полностью растворить целевые соединения. Предполагая высокую проводимость клеточных мембран, текущее распределение масла в индивидуальной частице описывается в рамках приближения сжимающегося ядра. Движение растворителя через слой, учитывая баланс массы по масляной компоненте, описывается одномерным уравнением конвективного переноса без учета конвективной диффузии (дисперсии) [2].

Традиционные модели процесса не учитывают полидисперсность навески молотого сырья, что оказывается существенным при интерпретации данных эксперимента и прогнозировании стоимости конечного продукта. Наблюдаемые кривые выхода масла (КВМ) – зависимость массы накопленного экстракта от времени – обычно характеризуются выраженной двумасштабностью по времени. На кривой можно выделить два характерных участка. Вначале КВМ растет линейно, что отвечает выходу из аппарата насыщенного маслом раствора. Затем концентрация масла у выходного сечения резко падает до практически нулевого значения, что отвечает медленному нелинейному росту КВМ на втором участке [3].

В представленном докладе обсуждается модель процесса, учитывающая полидисперсный характер зернистого слоя. Показано, что двумасштабность КВМ объясняется бимодальностью объемного распределения частиц по размерам. Для описания процесса достаточно рассмотреть две эффективные фракции с размерами частиц  $a_1 \ll a_2$ . Мелкодисперсная фракция  $a_1$  с высокой удельной поверхностью отвечает за высокие начальные темпы роста КВМ. После ее истощения к концу линейного участка, источником масла остается лишь крупнодисперсная фракция.

Сформулированная модель в общем случае распределения частиц допускает аналитическое решение относительно КВМ. В предельном случае двухфракционного приближения получено ее асимптотическое представление в результате разложения решения по малому параметру  $1/a_2$  – нормированной удельной поверхности крупной фракции. Полученные формулы предсказывают с высокой точностью продолжительность линейного роста КВМ и ее зависимость от времени на втором этапе.

Полученные теоретические результаты были успешно апробированы на представительном наборе экспериментальных данных [3, 4].

### Список литературы:

- [1] Егоров А.Г., Саламатин А.А., Максудов Р.Н. Прямые и обратные задачи сверхкритической экстракции из полидисперсного зернистого слоя растительного материала // Теоретические основы химической технологии. 2014. Т. 48. № 1. С. 43–51.
- [2] Егоров А.Г., Саламатин А.А. Оптимизационные задачи в теории сверхкритической флюидной экстракции масла // Известия высших учебных заведений. Математика. 2015. № 2. С. 59–69.
- [3] Саламатин А.А., Егоров А.Г., Максудов Р.Н., Аляев В.А. Интерпретация кривых выхода извлекаемых компонентов при сверхкритической флюидной экстракции // Вестник Казанского технологического университета. 2013. Т. 16. № 22. С. 74–77.
- [4] Саламатин А.А. Оценка влияния конвективной диффузии на кинетику сверхкритической флюидной экстракции из бидисперсных зернистых слоев // Сверхкритические флюиды: Теория и практика. 2016. Т. 11. № 4. С. 41–53.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проектов 19-31-60013, 18-41-160001

## Экспериментальное исследование влияния акустического поля на подвижность пузырька по твердой поверхности в сдвиговом потоке<sup>1</sup>

Саметов С.П., Питюк Ю.А.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем,  
Башкирский государственный университет, Уфа

Изучение свойств течения вязкой жидкости с пузырьками газа в пористых структурах имеет важное практическое значение для разработки технологий увеличения нефтеотдачи, производства композитных материалов, разработки медицинских, био-, микро-, и многих других технологий. Так, например, по форме и ориентации движущихся в потоке вязкой жидкости пузырьков оцениваются напряжения и скорости сдвига. Такая методика может быть использована для определения скоростей сдвига в вулканических каналах, а также для изучения динамики потока вулканического стекла [1]. При изготовлении композитов пузырьки возникают естественным образом в результате захвата полостей на фронте пропитки армирующего волокнистого материала [2]. Существуют технологии использования пузырьков для очистки поверхностей от микро- и нанозагрязнений [3]. Например, при производстве микроэлектронных изделий осуществляется прохождение полупроводниковых пластин по технологическому маршруту, в котором очистка поверхности микрочипа от различных загрязнений является важным этапом подготовки подложек к последующим технологическим операциям.

В работе экспериментально исследовано влияние акустического воздействия на подвижность пузырьков, находящихся в контакте с твердой поверхностью, в сдвиговом потоке вязкой жидкости. Рассмотрено изменение контактных углов смачивания и длины контактной линии пузырька при отдельном и совместном воздействии сдвигового потока и акустического поля.

Для проведения экспериментальных исследований была собрана лабораторная установка на базе длиннофокусного оптического микроскопа K2/SC (Infinity Photo-Optical Company) и высокоскоростной видеокамеры FASTCAM SA5 (Photron) со скоростью записи изображений до 300000 кадров в секунду [4].

Основной частью установки является прозрачная экспериментальная ячейка из оргстекла с внутренними размерами  $71 \times 7 \times 7$  мм. На верхней крышке ячейки располагается дисковый пьезокерамический элемент (STEMiNC), на который подается напряжение синусоидальной формы с помощью генератора сигналов WFG 33522A (Agilent Technologies) и усилителя сигналов AG 1012 (T&C Power Conversion). Сдвиговой поток жидкости в ячейке создавался шприцевым насосом 200-CE (Cole-Parmer) при объемном расходе 15 – 70 мл/мин.

В качестве рабочей жидкости использовался водный раствор глицерина вязкостью 40 мПа·с при 25° С. Размер пузырька варьировался в пределах 200 – 800 мкм, частота акустического поля изменялась в диапазоне от 10 до 100 кГц.

Координаты вершин наступающего и отступающего углов, контактные углы смачивания определялись на основе цифровой обработки изображений из видеоряда с помощью программы ImageJ. Методика позволяет оценивать значения контактных углов с погрешностью  $\pm 2^\circ$ , а координаты вершин с погрешностью 20 мкм.

В работе показано увеличение подвижности пузырьков, контактирующих с поверхностью, при совместном воздействии сдвигового потока вязкой жидкости и акустического поля.

### Список литературы:

- [1] Rust A. C., Manga M., Cashman K. V. Determining flow type, shear rate and shear stress in magmas from bubble shapes and orientations // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. 2003. Vol. 122, No. 1-2. P. 111–132.
- [2] Michaud V. A review of non-saturated resin flow in liquid composite moulding processes // *Transport in porous media*. 2016. Vol. 115, No. 3. P. 581–601.
- [3] Frommhold P.E., Mettin R., Holsteyns F., Lippert A. Surface cleaning by soft acoustic cavitation bubbles // *DAGA*. 2012. P. 455–456.
- [4] Gumerov N.A., Akhatov I.S., Ohl C.D., Sametov S.P., Khazimullin M.V., Gonzalez-Avila S.R. // *Applied physics letters*. 2016. Vol. 108, No. 13. P. 134102.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-20102.

## Силы вязкого и невязкого взаимодействия пульсирующих в жидкости двух сфер вблизи их контакта<sup>1</sup>

Сандуляну Ш.В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Теория, разработанная в [1] для двух сфер постоянных радиусов, обобщается для определения вязких сил, действующих на два пульсирующие сферические пузырьки в приближении Стокса.

Задача решается в бисферических координатах. По функции тока, удовлетворяющей бигармоническому уравнению и граничным условиям, были найдены точные выражения для вязких сил в виде сходящихся рядов. Рассмотрены два вида граничных условий: условие прилипания и условие свободной границы. Для обоих условий из точных рядов найдены асимптотики вязких сил вблизи контакта. Для случая прилипания вязкие силы имеют главную асимптотику  $h^{-1}$

$$F_{\mu 1} \approx -F_{\mu 2} = -6\pi\mu_l \bar{R}^2 \frac{\dot{h}}{h} - 6\pi\mu_l \bar{R} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) \left(\frac{1}{5} + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2}\right) \dot{h} - 6\pi\mu_l \bar{R} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) \left(\frac{R_2(R_2 + 2R_1)}{(R_1 + R_2)^2} \dot{R}_1 + \frac{R_1(R_1 + 2R_2)}{(R_1 + R_2)^2} \dot{R}_2\right) + O(1),$$

где  $h$  – расстояние (зазор) между поверхностями сфер,  $R_1, R_2$  и  $\dot{R}_1, \dot{R}_2$  – радиусы сфер и скорость их изменения,  $\dot{h} = -(\dot{R}_1 + \dot{R}_2 + u_1 + u_2)$ ,

$\bar{R} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ ,  $u_1, u_2$  скорости центров сфер направлены на встречу друг друга,  $\mu_l$  – вязкость жидкости. При  $\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = 0$  (твердые шары) результат согласуется с [2, 3].

Для случая свободной границы главная асимптотика меняется на логарифмическую

$$F_{\mu 1} \approx -F_{\mu 2} = -2\pi\mu_l \bar{R} \dot{h} \ln\left(\frac{\bar{R}}{h}\right) + O(1).$$

При  $\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = 0$  имеется согласие с [4]

### Список литературы

- [1] Stimson M., Jeffery G. B. The motion of two spheres in a viscous fluid. Proceedings of the Royal Society of London. Series A – 1926. – Vol. 111. – no. 757. – P. 110-116.
- [2] Cooley M. D. A., O'Neill M. E. On the slow motion generated in a viscous fluid by the approach of a sphere to a plane wall or stationary sphere // Mathematika. – 1969. – Vol. 16. – no. 1. – P. 37-49.
- [3] Jeffrey D. J. Low-Reynolds-number flow between converging spheres // Mathematika. – 1982. – Vol. 29. – no. 1. – P. 58-66.
- [4] Зинченко А. З. К расчету гидродинамического взаимодействия капель при малых числах Рейнольдса // Прикладная математика и механика. – 1978. Т. 42 – №. 5. – С. 955-959.

<sup>1</sup> Работа выполнена по теме государственного задания (№ государственной регистрации АААА-А20-120011690138-6)

## Численное моделирование акустического рассеяния методом граничных элементов

Середжинова Г.И.

БашГУ, Уфа

Явление рассеяния звука играет очень важную роль в акустике. На нем основываются многие практические применения акустических волн: гидролокация, приборы неразрушающего контроля, медицинские сканеры, зонирование атмосферы и океана, звуковидение и т.п. [1]. В данной работе представлено численное моделирование и проведены исследования рассеяния плоской акустической волны от одиночной сферы и эллипсоида. При распространении акустической волны в среде с препятствиями волновое поле изменяется. Задачи, связанные с распространением волн в неоднородных средах, сводится к решению уравнения Гельмгольца [5]. При решении задачи применяется методом граничных элементов [2]. Для верификации численного решения акустического рассеяния от эллипсоида используется сравнение численного решения с известным аналитическим решением для задачи рассеяния плоской волны от идеальной сферы [3, 4]. Сетка эллипсоида получается из сетки для сферы простым сжатием по одной или по двум координатам. Получено хорошее соответствие аналитического и численного решения с относительной погрешностью 7%. Проведен численный анализ для различных значений волнового радиуса для эллипсоида и сферы. Полученные результаты в дальнейшем будут использоваться при проведении тестовых расчетов для верификации численного решения задачи множественного акустического рассеяния дисперсных частиц и в задаче моделирования самоорганизации пузырьков под действием акустического поля. Представленная численная реализация задачи рассеяния на примере сферы с известным аналитическим решением и

эллипсоида показывает эффективность использования метода граничных элементов при достаточно сложных рассеивающих объектах. Он позволяет представить решение неким однотипным алгоритмом, который сохраняет свою структуру при широком диапазоне изменения параметров задачи. Проведенные вычисления показывают возможность его использования для анализа трехмерных задач дифракции звука. Получено хорошее соответствие аналитического и численного решения для сферы для различных волновых радиусов. Проведен численный анализ для различных значений волнового радиуса для эллипсоида и сферы. Полученные результаты будут использованы для решения задач акустики дисперсных систем (твердые частицы в газе и жидкости, пузырьки), а также для решения задачи моделирования самоорганизации пузырьков под действием акустического поля методом граничных элементов.

### Список литературы:

- [1] Akhatov I., Parlitz U., Lauterborn W., "Towards a theory of selforganization phenomena in bubble-liquid mixtures," *Phys. Rev. E* 54, 4990–5003 (1996).
- [2] Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. *Boundary Element Techniques - Theory and Applications in Engineering*. Berlin: Springer-Verlag. – 1984. – 464 p.
- [3] Burton A. J. The application of the integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problem / A. J. Burton, G. F. Miller // *Proc. R. Soc. London*. 1971. Ser. A 323. Pp. 201–210.
- [4] Gumerov N.A. A broadband fast multipole accelerated boundary element method for the 3D Helmholtz equation / N.A. Gumerov, R. Duraiswami // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. 25(1). Pp. 191-205.
- [5] Нигматулин Р. И. *Основы механики гетерогенных сред*. М.: Наука, 1978. 336 с.

## Численное моделирование распределения тепла в тонком неоднородном стержне

Середжинова Г.И.

БашГУ, Уфа

Рассматривается краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения, решение которого, как и коэффициенты уравнения, имеют разрыв первого рода [1-4]. Если описание исследуемого процесса приводит к решению уравнения вида

$$-\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right) + q(x)u = f(x), 0 < x < l \quad (1)$$

с разрывными коэффициентами  $k(x), q(x)$  претерпевающими разрыв первого рода в конечном числе точек интервала  $[0, l]$ , то по постановке краевой задачи требует доопределения искомого решения: введения дополнительных условий в точках разрывов коэффициентов. Если согласно характеру исследуемого процесса искомое решение уравнения (1) непрерывно, то наряду с обычными краевыми условиями ставятся так называемые дополнительные условия сопряжения в точке разрыва коэффициентов [2], [5].

Такие задачи встречаются при описании распределения тепла в тонком стержне. В данной работе показывается эффективность итерационного процесса для задачи сопряжения с разрывным решением с итерациями на внутренней границе разрыва решения, предложенного Ф.В. Лубышевым [2]. Численное решение задачи было осуществлено разностным методом. На основе разработанной программы был проведен вычислительный эксперимент. В данной работе приведены примеры с известным точным решением. Вычислительный эксперимент показал эффективность применения предложенного итерационного процесса.

### Список литературы:

- [1] O.A. Ladyzhenskaya, *Krayevyye zadachi matematicheskoy fiziki*, M.: Nauka, 1973. p. 407.
- [2] F.V. Lubyshev, M.E. Fayruzov, G.YA. Galeeva, *Iteratsionnyye protsessy dlya sostoyaniy s razryvnymi koeffitsiyentami i resheniyami v zadachakh optimal'nogo upravleniya kvazilineynymi uravneniyami*. // *Zhurnal srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*, 2011. T. 13. №2. pp.36-46.
- [3] A.A. Samarskiy, V.B. Andreyev, *Raznostnyye metody dlya ellipticheskikh uravneniy*, M.: Nauka, 1976. p. 350.
- [4] A.A. Samarskiy, *Teoriya raznostnykh skhem*, M.: Nauka, 1989. p. 614.
- [5] F.V. Lubyshev, *O raznostnykh approksimatsiyakh zadach optimal'nogo upravleniya dlya polulineynkh ellipticheskikh uravneniy s razryvnymi koeffitsiyentami i resheniyami*. // *Zhurnal vychisl. matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2012. T. 52. №8. pp.361-383.

## Начально-граничная задача для парабола-гиперболического уравнения, моделирующего электромагнитные колебания<sup>1</sup>

Сидоров С.Н.

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета,  
Стерлитамакский филиал Института стратегических исследований РБ, Стерлитамак

Рассмотрим уравнение смешанного парабола-гиперболического типа

$$Lu = F(x, y, t), \quad (1)$$

здесь

$$Lu = \begin{cases} u_t - u_{xx} - u_{yy} + bu, & t > 0, \\ u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + bu, & t < 0, \end{cases}$$

$$F(x, y, t) = \begin{cases} F_1(x, y, t), & t > 0, \\ F_2(x, y, t), & t < 0, \end{cases}$$

в области  $Q = \{(x, y, t) | (x, y) \in D, t \in (-\alpha, \beta)\}$ , где  $D = \{(x, y) | 0 < x < p, 0 < y < q\}$ ,  $\alpha, \beta, p, q$  – заданные положительные действительные числа,  $b$  – заданное любое действительное число,  $F_i(x, y, t)$  ( $i = 1, 2$ ) – заданные функции, и поставим следующую задачу.

**Задача.** Найти функцию  $u(x, y, t)$ , определенной в области  $Q$  и удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x, y, t) \in C(\bar{Q}) \cap C_t^1(Q) \cap C_{x,y}^1(\bar{Q}) \cap C_{x,y}^2(Q_+) \cap C^2(Q_-); \quad (2)$$

$$Lu(x, y, t) \equiv F(x, y, t), \quad (x, y, t) \in Q_+ \cup Q_-; \quad (3)$$

$$u(x, y, t)|_{x=0} = u(x, y, t)|_{x=p} = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta; \quad (4)$$

$$u(x, y, t)|_{y=0} = u(x, y, t)|_{y=q} = 0, \quad -\alpha \leq t \leq \beta; \quad (5)$$

$$u(x, y, t)|_{t=-\alpha} = \psi(x, y), \quad (x, y) \in \bar{D}, \quad (6)$$

где  $F(x, y, t)$  и  $\psi(x, y)$  – заданные достаточно гладкие функции,  $Q_- = Q \cap \{t < 0\}$ ,  $Q_+ = Q \cap \{t > 0\}$ .

Отметим, что подобная задача имеет практический интерес в электродинамике. Я.С. Уфлянд [1] задачу о распространении электрических колебаний в составных линиях, когда на участке полубесконечной линии пренебрегается потерями, а остальная часть линии рассматривается как кабель без утечки, свел к решению уравнения смешанного парабола-гиперболического типа.

О.А. Ладыженская и Л. Ступялис [2] в многомерном пространстве рассмотрели начально-граничные краевые задачи на сопряжения для парабола-гиперболических уравнений, которые

возникают при изучении задачи о движении проводящей жидкости в электромагнитном поле.

В отличие от указанных выше статей в данной работе в задаче условия сопряжения заданы не по пространственной переменной, а по временной переменной, т.е. на прямой  $t = 0$ .

Начально-граничные задачи для двумерного однородного и неоднородного уравнений смешанного парабола-гиперболического типа в прямоугольной области были изучены в работах К.Б. Сабитова [3 – 8].

Используя идеи работ [3, 8], установлен критерий единственности решения задачи задачи (2) – (6). Решение задачи построено в явной форме в виде суммы ортогонального двумерного ряда. При обосновании сходимости ряда впервые возникла проблема малых знаменателей от двух натуральных аргументов, затрудняющая сходимость построенного ряда. В связи с этим для доказательства равномерной сходимости рядов установлены оценки об отдаленности от нуля малых знаменателей, которые позволили доказать существование регулярного решения.

### Список литературы

- [1] Уфлянд Я.С. К вопросу о распространении колебаний в составных электрических линиях // Инженер-физ. журн. 1964. Т. 7. № 1. С. 89–92.
- [2] Ладыженская О.А., Ступялис Л. Об уравнениях смешанного типа // Вестник ЛГУ. Серия мат., мех. и астр. 1965. Т. 19. № 4. С. 38–46.
- [3] Сабитов К.Б. Прямые и обратные задачи для уравнений смешанного парабола-гиперболического типа. М: Наука, 2016. 272 с.
- [4] Сабитов К.Б. Начально-граничная и обратные задачи для неоднородного уравнения смешанного парабола-гиперболического уравнения // Матем. заметки. 2017. Т. 102. Вып. 3. С. 415–435.
- [5] Сидоров С.Н. Нелокальная задача для вырождающегося парабола-гиперболического уравнения // Доклады АМАН. 2012. Т. 14. № 3. С. 34–44.
- [6] Сабитов К.Б., Сидоров С.Н. Об одной нелокальной задаче для вырождающегося парабола-гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50. № 3. С. 356–365.
- [7] Сидоров С.Н. Нелокальные задачи для уравнения смешанного парабола-гиперболического типа со степенным вырождением // Известия вузов. Математика. 2015. № 12. С. 55–64.
- [8] Sabitov K.B., Sidorov S.N. Initial-Boundary-Value Problem for Inhomogeneous Degenerate Equations of Mixed Parabolic-Hyperbolic Type // Journal of Mathematical Sciences. 2019. V. 236, Issue 6. P. 603–640.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-31-60016)



## Конвективное течение воды в пористой среде вблизи вертикального охлаждающего устройства

Симонов О.А., Филимонова Л.Н.

Тюменский Научный Центр СО РАН, Тюмень

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А.Христионовича СО РАН, Тюмень

В районах, постоянно находящихся в условиях отрицательных температур, при проектировании и сооружении зданий, скважин, трубопроводов, дорог, а также других объектов необходимо учитывать промерзание и протаивание грунтов. В тёплый период поверхностный слой грунта, подстилаемый многолетнемерзлыми породами, чаще всего высокопористый песок, образует переувлажненный слой породы. Для стабилизации грунта используются термостабилизаторы — охлаждающие устройства необходимые для повышения несущей способности грунта путём охлаждения и замораживания [1]. При охлаждении протаившего слоя термостабилизатором в пористой среде возникают градиенты температуры и, следовательно, возникает конвективное течение. Это конвективное течение имеет ряд особенностей, обусловленных наличием максимума плотности воды (максимальная плотность воды достигается в окрестности 4° С). При охлаждении до 0°С, в высоко проницаемых грунтах возникают восходящие потоки, изменяются градиенты температуры и скорость охлаждения.

Для оценки влияния конвективного теплопереноса на процесс охлаждения насыщенной водой пористой среды при учете явления инверсии плотности используем параметр  $\alpha$  как отношение изменения температуры за счёт молекулярной теплопроводности к изменению температуры за счёт конвекции:

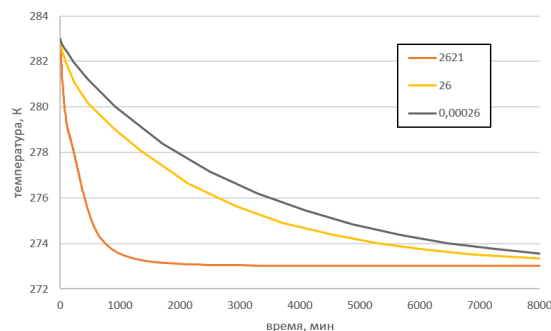
$$\alpha = \frac{\rho_w \cdot C_w \cdot u \cdot H}{(\rho \cdot C)_{ef} \cdot \chi} \quad (1)$$

где  $u = \frac{kg \Delta \rho}{\nu \rho}$  — скорость движения воды (м/с);  $(\rho \cdot C)_{ef} = m \cdot \rho_w \cdot C_w + (1 - m) \cdot \rho_s \cdot C_s$  — эффективный коэффициент теплосодержания насыщенной пористой среды (Дж/(м<sup>3</sup>·°К));  $\rho_{w,s}$  — плотность воды и скелета (кг/м<sup>3</sup>);  $C_{w,s}$  —

теплоёмкость воды и пористой среды (Дж/(кг·°К));  $\chi$  — коэффициент температуропроводности (м<sup>2</sup>/с)

Если значение параметра  $\alpha$  меньше единицы, то конвективный перенос тепла медленнее переноса тепла посредством молекулярной теплопроводности, если  $\alpha \approx 1$  то перенос тепла посредством конвекции сопоставим с переносом тепла посредством молекулярной теплопроводности и если  $\alpha > 1$ , то конвекция играет определяющую роль в изменении температуры пористой среды.

На рисунке приведена зависимость средней температуры охлаждаемого грунта от времени для трех различных значений  $\alpha$ .



Рассматривая задачи конвективного движением воды в пористых средах в окрестностях нулевых температур, необходимо учитывать максимум плотности воды. Наличие максимума плотности воды в высокопроницаемых коллекторах приводит к задержке конвективного переноса, перестройке течения, что обуславливает более медленное охлаждение системы.

### Список литературы:

- [1] Реховская Е. О. Применение термостабилизаторов грунта на магистральных трубопроводах /Реховская Е. О., Макарова А. С.// Молодой ученый, 2016. №19. с.207-210.

## Точные решения уравнений гидродинамического типа<sup>1</sup>

Сираева Д.Т.\*

\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Уравнения гидродинамического типа возникают в различных физико-математических науках: газовой динамике, многофазных системах механики сплошной среды и других. Система содержит уравнение сохранения импульса, уравнение неразрывности и уравнение сохранения энергии, вместо которого записано уравнение для давления [1, 2]

$$\begin{aligned} D\mathbf{u} + \rho^{-1}\nabla p = 0, \quad D\rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \\ Dp + \rho f_p \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D = \partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$  — оператор полного дифференцирования;  $\nabla = \partial_x$  — градиент по пространственным независимым переменным  $\vec{x}$ ;  $\vec{u}$  — вектор скорости;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $t$  — время. Уравнение состояния имеет специальный вид [1]

$$p = f(\rho) + h(S), \quad (2)$$

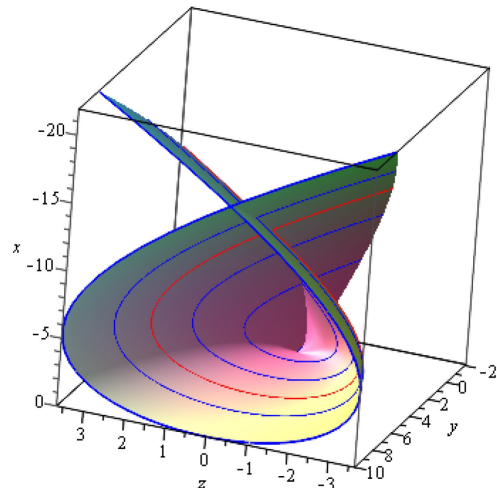
в силу которого последнее уравнение системы (1) может быть записано для энтропии [3]

$$DS = 0.$$

Применение методов группового анализа к дифференциальным уравнениям позволяет систематически получать новые точные решения [4]. Система (1) с учетом уравнения состояния (2) допускает двенадцатимерную алгебру Ли  $L_{12}$ . Алгебра Ли расширяется за счет оператора дифференцирования по давлению  $Y_1 = \partial_p$ . Оптимальная система неподобных подалгебр алгебры Ли  $L_{12}$  построена в работе [5]. По двумерной подалгебре 2.36 [5] построена инвариантная подмодель ранга 2 канонического вида эволюционного типа. В случае переопределенной системы найдены два типа точных решений. В частном случае решение [6] задает движение частиц под действием поршня

$$\begin{aligned} u = z - \frac{1}{6}(t^3 + 3t)\left[\frac{2}{5}k^2t^6 - 12ky\right]^{\frac{1}{2}}, \\ v = \frac{1}{5}kt^5, \\ w = \frac{1}{2}(t^2 - 1)\left[\frac{2}{5}k^2t^6 - 12ky\right]^{\frac{1}{2}}, \\ \rho^{-2} = \frac{2}{5}k^2t^6 - 12ky, \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Работа поддержана грантом РФФИ (№ 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052)



$$p = x - tz + \frac{1}{6}t^4\rho^{-1}.$$

С помощью 3-мерных подалгебр [5] вычисляются инвариантные подмодели ранга 1, представляющие собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для пяти построенных подмоделей найдены точные решения. По одному решению инвариантной подмодели ранга 1 описано движение частиц в пространстве: построены траектории, звуковая поверхность и звуковой коноид.

### Список литературы

- [1] Овсянников Л. В. Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика // Прикладная математика и механика. Москва: РАН, 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30–55.
- [2] Хабиров С. В. Лекции. Аналитические методы в газовой динамике. Уфа. БГУ, 2013. 224 с.
- [3] Овсянников, Л. В. Лекции по основам газовой динамики. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 336 с.
- [4] Овсянников, Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 400 с.
- [5] Сираева Д. Т. Оптимальная система неподобных подалгебр суммы двух идеалов // Уфимский математический журнал. 2014. Т. 6, вып. 1. С. 94–107.
- [6] Сираева, Д. Т. Инвариантная подмодель ранга 2 на подалгебре из линейной комбинации переносов для модели гидродинамического типа / Д. Т. Сираева, С. В. Хабиров // Челябинский физико-математический журнал. — 2018. — Т. 3, вып. 1. — С. 38–57.

## Исследование распространения акустических волн в пористой среде насыщенной жидкостью с пузырьками газа<sup>1</sup>

Ситдикова Л. Ф.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Задачи распространения волн давления различной интенсивности в насыщенных пористых средах являются актуальными в связи с изучением эффективности временных защитных сооружений, вопросами акустического каротажа и зондирования, моделирования хаммер-эффекта при гидроразрыве пласта [1-5].

В пластовых жидкостях во многих случаях присутствует газ. Например, газожидкостная смесь в пористой среде образуется при кислотных обработках низкопроницаемых зон, при водогазовом воздействии на пласты и т.д. Поэтому представляется актуальным учитывать присутствие пузырьков газа при изучении волновых процессов в пористых средах насыщенных жидкостью.

В настоящей работе теоретически исследуются волновые процессы в пористой среде насыщенной газожидкостной смесью с учетом межфазных сил взаимодействия между скелетом пористой среды и жидкостью. Записана общая система уравнений и физических соотношений, описывающая распространение волн в пористой среде заполненной пузырьковой жидкостью. Получено дисперсионное соотношение описывающий комплексный волновой вектор от частоты, на основе которого исследована зависимость фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для «быстрой» и «медленной» волн. Исследована пористая среда с параметрами: средний радиус пор –  $a_0 = 10^{-3}$  м, характерный размер пузырьков газа –  $b_0 = 10^{-4}$  м, объемное содержание воды –  $\alpha_{i0} = 0,6$ , объемное содержание песчаника –  $\alpha_{s0} = 0,39$ , объемное содержание воздуха –  $\alpha_{g0} = 0,01$

Установлено, что для низких частот ( $\omega \leq \omega_R$ ), где  $\omega_R$  – частота собственных колебаний пу-

зырьков) коэффициент затухания для «медленной» волны в пористой среде заполненной пузырьковой смесью больше чем коэффициент затухания звука в пузырьковой воде. Скорость быстрой волны для пористой среды заполненной пузырьковой смесью увеличивается в диапазоне частот  $0 < \omega < 10^2 \text{с}^{-1}$  до значения скорости звука в песчанике.

Получено, что коэффициент затухания «быстрой» волны до частоты  $\omega < 7 \cdot 10^5 \text{с}^{-1}$  имеет такой же вид, как для случая пористой среды, насыщенной «чистой» жидкостью, а при частоте  $\omega \approx 7 \cdot 10^5 \text{с}^{-1}$  происходит резкое уменьшение коэффициента затухания, что соответствует неустойчивому состоянию системы.

Результаты расчетов позволяют оценить влияние пузырьков газа на распространение звуковых волн в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью.

### Список литературы:

- [1] Biot M.A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Porous Solid. I. Low Frequency Range // The Journal of the Acoustical Society of America. 1956. Vol. 28. P.168-178. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- [2] Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и горных породах. М.: Недра, 1974. 192 с.
- [3] Городецкая Н. С. Волны в пористо-упругих насыщенных жидкостью средах // Акустический вестник. 2007. Т. 10. № 2. С. 43-63.
- [4] Гималтдинов И.К., Дмитриев В.Л., Ситдикова Л.Ф. Динамика звуковых волн в насыщенных парогазовой смесью пористых средах // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52 № 4. С. 572-580.
- [5] Гималтдинов И.К., Ситдикова Л.Ф., Дмитриев В.Л., Левина Т.М., Хабеев Н.С., Song W. Отражение звуковых волн от пористого материала в случае наклонного падения // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 5. С. 1098-1108.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-60015

## Гидродинамики и турбулентность многофазных течений<sup>1</sup>

Сон Э.Е.

МФТИ, Долгопрудный

В докладе рассмотрены теория и описание многофазной гидродинамики, основанное на методе фазовых полей, приведена базовая система уравнений, получены уравнения для напряжений Рейнольдса RANS, сформулированы метод крупных вихрей LES и метод прямого численного моделирования DNS для многофазной гидродинамики. Численный метод решения основан на методе КАБАРЕ,

рассмотрены приложения для транспорта нефти и газа по наклонным трубам, распылу микродисперсных сред, в экспериментах обнаружена левитация каплей над нагретой поверхностью и экспериментально и теоретически изучено горение в ЖРД и ПВРД. рассмотрены межфазные явления на границе фаз, неконгруэнтное равновесие и его следствия в многофазной гидродинамике и турбулентности.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена по гранту РФФИ «Фундаментальные основы плазменной энергоресурсоэффективной обработки промышленных отходов, в том числе опасных» 18-29-24203 мк

## Численное исследование горения сферической частицы гидрата<sup>1</sup>

Столповский М.В.

\*Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Газовые гидраты в настоящее время рассматриваются как перспективный источник углеводородов. Запасы углеводородного сырья (в основном метана) в газогидратном состоянии оцениваются в  $2 \cdot 10^{16}$  м<sup>3</sup>, что заметно превышает все известные до сих пор известные запасы газа, нефти и угля вместе взятые. Огромные объемы газогидратов привлекают внимание не только в связи с перспективой будущего использования их как топлива и химического сырья, но и как возможный «нарушитель» экологии. Проблема в том, что в газогидраты в природе существуют вблизи границы своей фазовой стабильности и потому очень чувствительны к изменению термодинамических условий. Даже относительно небольшие изменения термодинамических условий (снижение давления или повышение температуры) могут привести к разложению природных газовых гидратов и к неконтролируемому выбросу метана в атмосферу, что способно многократно усилить парниковый эффект. Не менее важной является проблема пожаро- и взрывоопасности получаемого из гидратов метана при его смешении с воздухом и образование огромных облаков метановоздушной смеси. Отметим, что объем газа в гидратном состоянии во много раз меньше объема того же газа при нормальных условиях (при разложении 1 м<sup>3</sup> газогидрата выделяется около 165 м<sup>3</sup> газа). Интерес к сжиганию гидратов обусловлен тремя факторами: повышенным термическим КПД для применения в энергетике, большей стабильностью гидрата и возможностью сжигания на месте. По мнению некоторых ученых сжигание гидратов на месте добычи позволит использовать полученное тепло для дальнейшего разложения.

В данной работе численно исследуется горение твердой сферической метаногидратной частицы в атмосфере окислителя. Предполагается, что из-за относительно высокой температуры атмосферы и низкого ее давления, гидрат начинает плавиться и вокруг газового гидрата обра-

зуется газовая смесь, в которой начальное содержание метана, определяемое его парциальной плотностью и давлением достаточно для воспламенения горючей газовой смеси. Будем полагать, что в начальный момент времени происходит зажигание газовой смеси и, вследствие этого, начинается тепловое взаимодействие горячей газовой смеси с газовым гидратом. За счет этого происходит разложение гидрата на воду и метан. Будем полагать, что образовавшаяся вода из-за контакта с горячей газовой смесью мгновенно превращается в паровое состояние. Таким образом, на этом этапе будет происходить диффузионное перемешивание смеси, состоящей из метана, выделившегося при разложении газогидрата, кислорода, диоксида углерода и паров воды. Причем этот процесс будет сопровождаться горением метана.

Система основных уравнений представляет собой уравнения сохранения массы (для всей газовой смеси и каждого ее компонента), энергии (для газовой смеси и гидрата), а также уравнения состояния. При этом будем применяться условие гомобаричности для всей смеси, поскольку скорость ее течения мала. Кроме того, данная система дополняется условиями баланса масс и тепла на подвижной границе фазовых переходов, а также начальными и граничными условиями. Решение системы уравнений осуществлялось методом контрольных объемов [1]. В результате численного решения задачи получены распределения концентрации газовой смеси в различные моменты времени. Исследовано влияние исходной концентрации горючего и окислителя на распределение температуры в системе и скорость разложения газогидрата. Проанализирована зависимость координаты фронта фазового перехода от исходной температуры газогидрата

### Список литературы:

- [1] Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

<sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00526

## Эффективный метод расчета динамики полидисперсных газовзвесей с интенсивным межфазным взаимодействием в гидродинамике сглаженных частиц<sup>1</sup>

Стояновская О.П.<sup>\*\*\*</sup>, Давыдов М.Н.<sup>\*\*\*</sup>, Арндаренко М.А.<sup>\*\*\*</sup>, Исаенко Е.А.<sup>\*\*</sup>, Маркелова Т.В.<sup>\*\*\*</sup>, Снытников В.Н.<sup>\*\*\*</sup>

\*Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

\*\*Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Для моделирования динамики газовзвесей с полидисперсными частицами на макроуровне необходимо численно решать гидродинамические уравнения с несколькими релаксационными слагаемыми, ответственными за передачу импульса от газа к частицам, и наоборот. Для мелкодисперсных частиц время скоростной релаксации может быть намного короче, чем динамическое время несущего газа. В этом случае время релаксации является малым параметром задачи. Наличие малого параметра делает задачу жесткой и, следовательно, трудоемкой с вычислительной точки зрения, так как обычно шаги по пространству и по времени нужно подбирать по величине малого параметра [1].

Мы представляем новый эффективный метод расчета интенсивного межфазного взаимодействия в двухфазной полидисперсной среде для многожидкостной гидродинамики сглаженных частиц (multi-fluid smoothed particle hydrodynamics), свободный от этого ограничения [2, 3]. Гидродинамика сглаженных частиц - свободно-лагранжев метод, в котором сплошная среда заменяется набором модельных частиц, каждая из которых является носителем массы, импульса и энергии среды. В нашей реализации несущий газ и каждая фракция дисперсной фазы моделируются различными наборами частиц [4].

Мы изучили свойства предложенного метода на одномерных задачах с известными решениями. Мы показали, что метод позволяет получать высокую точность результатов моделирования с шагами по пространству и по времени, независимыми от малых параметров задачи.

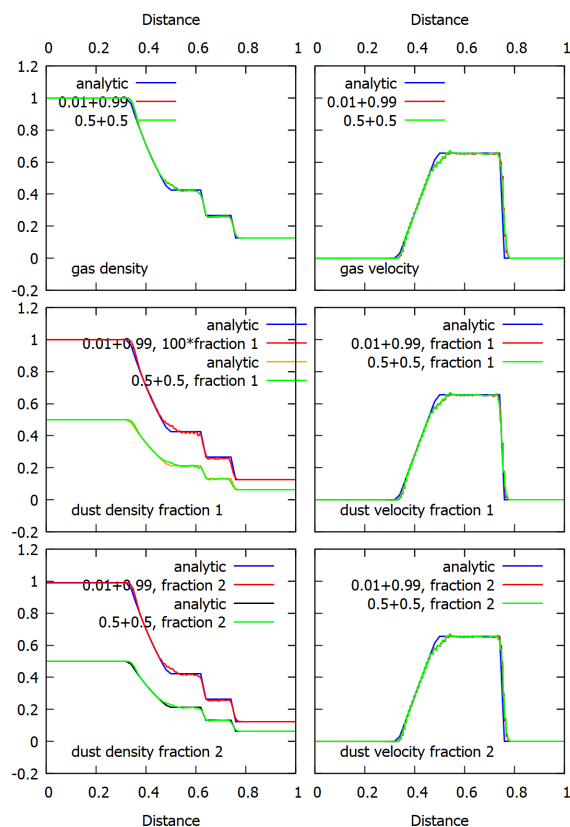
### Список литературы

- [1] S. Jin, C.D. Livermore. Numerical Schemes for Hyperbolic Conservation Laws with Stiff Relaxation Terms // Journal of Computational Physics. 1996. Vol. 126. P. 449–467

- [2] O. P. Stoyanovskaya, M. N. Davydov, M. S. Arendarenko, E. A. Isaenko, T. V. Markelova, V. N. Snytnikov. Fast method to simulate dynamics of two-phase medium with intense interaction between phases by smoothed particle hydrodynamics: gas-dust mixture with polydisperse particles, linear drag, one-dimensional tests // submitted to Journal of Comp. Phys. 2020

- [3] O. P. Stoyanovskaya, T. A. Glushko, N. V. Snytnikov, V. N. Snytnikov, Two-Fluid Dusty Gas in Smoothed Particle Hydrodynamics: Fast and Implicit Algorithm for Stiff Linear Drag // Astronomy and Computing. 2018. Vol.25. P.25–37

- [4] J. J. Monaghan, A. Kocharyan. SPH simulation of multi-phase flow // Computer Physics Communications. 1995. Vol.87. P. 225–235



<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда 19-71-10026

## Численное моделирование задачи о нагревании пласта с высоковязкой нефтью горизонтальными скважинами<sup>1</sup>

Тазетдинова Ю.А.\*, Гизатуллина А.А.\*\*\*, Тазетдинов Б.И.\*

\*Бирский филиал Башкирского государственного университета, Бирск

\*\*Филиал ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Октябрьском, Октябрьский

Развита и исследована математическая модель процесса фильтрации высоковязкой нефти в пласте с применением теплового воздействия через горизонтальную скважину. Использован оригинальный подход замены двух близко расположенных скважин одной «гипотетической», одновременно осуществляющей нагрев пласта и отбор нефти. Математическая модель, основанная на уравнениях неразрывности, теплопроводности, закона Дарси с учетом переменности вязкости, построена в рамках радиально одномерной задачи. Численной реализация задачи выполнена методом конечных разностей с использованием явной схемы. Моделируются режимы нагревания нефтяного пласта при отсутствии фильтрации и отбор нефти из пласта. Время выбора каждого режима может быть определено в зависимости от толщины нефтенасыщенного слоя и физико-химических свойств нефти, породы и других природных факторов каждого конкретного месторождения.

На фоне полученных решений проанализированы затраты тепла на прогревание нефтяного пласта, эволюция дебита нефти и масса откачанной нефти за рассматриваемый период времени, позволяющие оценить экономическую эффективность данного метода. Показано, что с энергетической точки зрения рассмотренная схема добычи нефти вполне рентабельна, поскольку теплотворная способность добытой нефти более чем на один порядок превышает затраты тепла на разжижение высоковязкой нефти. Проведен анализ выбора времени прогрева пласта с точки зрения затрат тепла и дебита нефти. Полученные результаты вносят важный вклад в создание и совершенствование программных средств моделирования разработки месторождений тяжелой нефти, могут быть использованы при проведении инженерных расчетов, для выбора наиболее эффективной стратегии нефтедобычи на таких месторождениях.

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 15-11-10016).

## Пляшущие капли на воде

Терентьев А.Г.

Чувашский государственный университет, Чебоксары

Исследованию взаимодействия капли со свободной поверхностью воды посвящено большое количество работ. Следует отметить, что достаточно широкий материал, особенно съёмки замедленных движений капли, можно найти в интернете. В частности, Вячеслав Медведь представил интересный кинофильм с замедленным падением капли на воду. Водная капля на свободной поверхности не сразу исчезает, растворяясь в воде, а, уменьшаясь примерно в два раза, подпрыгивает над поверхностью и снова падает. В промежутке между ними происходит периодическое отражение от свободной поверхности с уменьшением амплитуды. Так повторяется несколько раз, демонстрируя «пляску» капли на воде. Процесс происходит в весьма малом промежутке времени, так что при обычном наблюдении невооруженным глазом невозможно зафиксировать визуально, но только высокочастотной фотокамерой (2000 кадров в секунду и более). Несмотря на многочисленные опытные наблюдения такой «пляски», этот процесс нуждается более строгого теоретического объяснения. Скоростные фотоснимки показывают также, что капля при падении с малой высоты на свободную поверхность подпрыгивает, как на батуте, и постепенно успокаивается, хотя и не разрушается. Можно предположить, что свободная поверхность капли при соприкосновении не сразу разрушается; а продолжает быть независимой, но соприкасающейся с другой свободной поверхностью. Через некоторое время в точке касания происходит разрыв поверхностей, и под внутренним давлением капли часть жидкости выливается в основной поток, другая часть в виде капли уменьшенного радиуса совершает вертикальное движение. Это повторяется несколько раз, пока размер капли не уменьшится до предельного малого значения, и капля не исчезнет в основной жидкости.

В настоящей работе предлагается простейшая теоретическая модель распада капли воды и последующего колебательного движения на свободной поверхности. Проблема состоит из двух задач: 1) распад капли и 2) отражение капли от свободной поверхности. В обоих случаях вертикальное движение капли происходит в поле силы тяжести с учетом поверхностной силы трения воздуха. Поскольку движение происходит с малой скоростью, то жидкость (вода) и воздух считаются несжимаемыми.

### Выводы

1. Распад капли на свободной поверхности происходит с уменьшением радиуса новой капли, при этом высота ее подъема увеличивается.

2. В промежутке между распадами капля совершает затухающее колебательное движение.

3. Разрыв поверхности капли при соприкосновении со свободной поверхности происходит не мгновенно, а через определенный промежуток времени. Эти промежутки времени, как впрочем, и неупругое отражение от свободной поверхности нуждаются в дополнительном экспериментальном и математическом исследовании.



## Модификация уравнения состояния Нигматулина-Болотновой для случая высокоскоростного сжатия пара тетрадекана

Топорков Д.Ю.

ИММ - обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Исследования газодинамических процессов, сопровождающихся сильным сжатием кавитационных полостей в тяжелых углеводородных жидкостях, имеют высокую важность как для науки, так и для приложений. Для проведения таких исследований необходимы достаточно простые уравнения состояния, описывающие поведение термодинамических параметров в широком диапазоне изменения давлений и температур с учетом тепломассообмена между жидкой и газовой фазами в околокритических состояниях, а также в условиях сверхвысоких давлений и температур, включая диссоциацию и ионизацию. В работе [1] подобные широкодиапазонные уравнения состояния предложены для бензола и тетрадекана. Они описывают изменения термодинамических параметров молекулярных фаз жидкости и газа при давлениях до 1000 бар и плотностях, в 1.5 раза превышающих невозмущенную плотность жидкости. Данные уравнения состояния соответствуют поведению вещества на линии насыщения в окрестности критической точки, а в области низких плотностей и давлений переходят в уравнения состояния совершенного газа. Их можно использовать при наличии процессов диссоциации и ионизации при сверхсильных сжатиях (с плотностями до 10 раз превосходящими невозмущенную плотность жидкости) и сверхвысоких температурах (до  $10^8$  К).

Вместе с тем, при температурах ниже 663 К предложенные в [1] уравнения состояния тетрадекана перестают физически непротиворечиво описывать изменение термодинамических параметров, реализующихся в метастабильной области при высокоскоростном адиабатическом сжатии пара. И это было одной из причин того, что исследование коллапса кавитационного пузырька в тетрадекане проводилось в работах [2-4] только при температуре 663 К.

В настоящей работе предложена простая физически обоснованная модификация уравнений состояния Нигматулина-Болотновой

[1] в метастабильной области, которая физически непротиворечиво описывает в этой области высокоскоростное адиабатическое сжатие пара тетрадекана в том диапазоне начальных температур, где немодифицированное уравнение [1] не дает такого описания. Важно отметить, что предлагаемая модификация практически не проявляется как в начале сжатия пара в метастабильной области, так и в области больших давлений за критической зоной. Ее основное влияние фактически ограничено лишь той частью метастабильной области, где уравнения состояния [1] дают нефизичную картину адиабатического сжатия пара.

Предлагаемая модификация позволяет исследовать сильное высокоскоростное сжатие пара, например, при коллапсе кавитационного пузырька. Предложенный способ модификации можно использовать и для аналогичной коррекции других уравнений состояния, построенных на основе обобщенного потенциала Борна-Майера.

### Список литературы:

- [1] Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонные уравнения состояния бензола и тетрадекана в упрощенной форме // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55. № 2. С. 206–215.
- [2] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Возможность реализации сверхсжатия кавитационного пузырька в тетрадекане // Докл. АН. 2018. Т. 481. № 6. С. 46–50.
- [3] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю. Экстремальная фокусировка энергии при ударном сжатии парового пузырька в углеводородных жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. № 2. С. 253–261.
- [4] Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. Зависимость сжатия пара в кавитационных пузырьках в тетрадекане от давления жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26. № 6. С. 931–940.

## Математическое моделирование взаимодействия ударной волны с электрически заряженной запылённой средой<sup>1</sup>

Тукмаков Д.А.

ИММ — обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Многие природные явления и промышленные технологии связаны с течениями неоднородных сред [1,2], в частности процессы, связанные с течением аэрозолей и запылённых сред встречаются в горной и химической промышленности, аэрокосмических технологиях и т.д. В ряде случаев возникает необходимость исследования динамики дисперсных потоков, движущихся как под действием аэродинамических сил, так и под влиянием сил электрической природы [3]. В течениях подобного рода сред могут возникать физические эффекты отличные от процессов, наблюдаемых в классической газовой динамике [4]. В данной работе для моделирования движения электрически заряженной газовой среды [5–8] используется ряд известных из литературы результатов методологии математического моделирования динамики неоднородных сред.

В работах [5,7] исследовалась генерация акустических импульсов в газе, вызванных движением электрически заряженной дисперсной компоненты двухфазной среды. Целью данной работы является исследование влияния электрического заряда дисперсной компоненты газовой среды на параметры несущей среды, при распространении ударной волны из чистого газа в запылённую среду. Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики многокомпонентной и многотемпературной газовой среды со скоростным скольжением фаз и межфазным теплообменом. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена. Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления, динамическую силу Архимеда, силу присоединенных масс [1], а также силу Кулона [3]. Наиболее существенное влияние на межфазное силовое взаимодействие оказывает сила аэродинамического сопротивления [2], при этом учет динамической силы Архимеда и силы присоединенных масс позволяет уточнить межфазное силовое взаимодействие. Система уравнений динамики несущей среды и дисперсной компоненты решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка

точности [9]. Для описания распределения потенциала электрического поля решалось уравнение Пуассона, в правой части которого записывалось отношение массового заряда дисперсной фазы к диэлектрической проницаемости среды. Уравнение Пуассона интегрировалось методом установления [10].

### Список литературы

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1 Наука, 1987. 464с.
- [2] Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
- [3] Сальянов Ф.А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М., Наука, 1997. 240 с.
- [4] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- [5] Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Генерация акустического возмущения движущейся заряженной газовой средой // Инженерно-физический журнал. 2018. №5. С.1-7.
- [6] Тукмаков А.Л., Кашапов Н.Ф., Тукмаков Д.А., Фазлыяхматов М.Г. Процесс осаждения заряженной полидисперсной газовой среды на поверхность пластины в электрическом поле // Теплофизика высоких температур, 2018. № 4. С.498–502.
- [7] Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2019. № 3. С. 73-85
- [8] Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на параметры отражения ударной волны при распространении ударных волн из запылённых сред в однородный газ // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки, 2019, №4, С. 121-131.
- [9] Fletcher C.A., Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlang, Berlin, 1988. 502 p.
- [10] Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы, Т.2, М.: «Наука», 1977. 401 с.

<sup>1</sup>Грант РФФИ №19-01-00442, Грант президента РФ № МК-297.2020.1

## Гидро- и термодинамика полидисперсной парок капельной смеси в цилиндрическом канале с нагретой стенкой<sup>12</sup>

Тукмаков А.Л.\*, \*\* Тонконог В.Г.\*\*, Тукмакова Н.А.\*\*

\*ИММ - обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

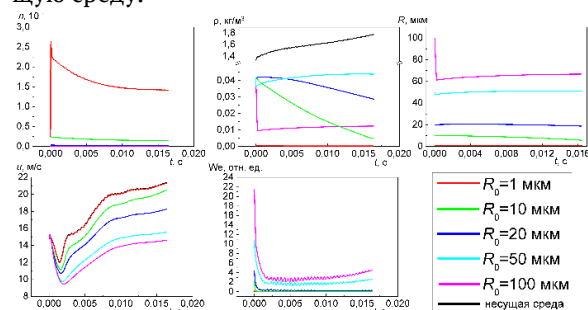
\*\*Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева –КАИ, Казань

Работа посвящена исследованию течения полидисперсной парок капельной смеси в цилиндрическом канале с нагретой стенкой.

Описание движения полидисперсной парок капельной смеси основано на модели многоскоростного многотемпературного континуума. Несущая среда описывается системой уравнений Навье-Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа [1]. Дисперсная фаза описывается системой уравнений, куда входят уравнение неразрывности для средней плотности дисперсной фракции, уравнения сохранения компонент импульса, уравнение сохранения тепловой энергии. Системы уравнений для описания движения несущей среды и дисперсной фазы учитывают межфазный обмен массой, импульсом и энергией. Системы уравнений записываются в обобщённых криволинейных координатах и решаются явным методом Мак-Кормака второго порядка с расщеплением пространственного оператора по направлениям и со схемой нелинейной коррекции. Движение полидисперсной парок капельной смеси моделируется с учётом процессов дробления [2, 3], коагуляции, нагрева и испарения каплей [4].

В качестве примера на рисунке приведены результаты моделирования эволюции ансамбля из пяти капельных фракций в потоке внутри канала с нагретой внешней стенкой. При мгновенном внесении каплей в поток происходит дробление тех капельных фракций, для которых число Вебера превосходит критическое значение. При рассматриваемых скоростях и температурах потока такие фракции образуются каплями с начальными размерами 100 и 50 мкм. Вследствие дробления каплей их масса уменьшается, скорость увеличивается, уменьшается скоростное скольжение фракций относительно несущей среды, в результате чего число Вебера па-

дает ниже критического значения, на смену процессу дробления приходит процесс коагуляции с каплями меньших размеров: 1, 10, 20 мкм. Радиус каплей с начальным размером 10 мкм постепенно уменьшается, это связано с их нагревом и испарением и с переходом массы в несущую среду.



На рисунке показаны временные зависимости концентрации дисперсных фракций, плотности несущей среды и средних плотностей дисперсных фракций, радиусов дисперсных фракций, продольной составляющей скоростей несущей среды и дисперсных фракций, числа Вебера дисперсных фракций.

### Список литературы:

- [1] Steger, J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. No. 7. pp. 679-686.
- [2] Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В. Моделирование процесса дробления и испарения каплей нереагирующей жидкости в высокоэнтальпийных газодинамических потоках // ТИА. 2015. № 5. С. 609-620.
- [3] Тукмакова Н.А., Тукмаков А.Л. Модель динамики полидисперсной парок капельной смеси с газодинамическим дроблением каплей // ИФЖ. 2019. № 6. С. 2511-2519.
- [4] Тукмаков А.Л., Тонконог В.Г., Тукмакова Н.А. Гидро- и термодинамика полидисперсной парок капельной смеси в канале регазификатора-подогревателя сжиженного природного газа // ТИА. № 2. С. 281-296.

<sup>1</sup> Грант РФФИ № 18-48-160017

<sup>2</sup> Научные исследования проведены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по Соглашению номер 075-03-2020-051/3 от 09.06.2020 (номер темы fzsu-2020-0021)

## Об оценке интенсивности тепловыделения при течении термовязкой жидкости<sup>1</sup>

Урманчиев С.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Течение термовязких жидкостей сопровождается многочисленными гидродинамическими эффектами, связанными с особенностями взаимодействия потока с температурным полем благодаря учёту зависимости вязкости от температуры. При этом неоднородное распределение температуры в жидкости обуславливает возникновение в ней областей с высокой вязкостью или термовязких структур, которые в значительной мере определяют характер течения и динамику изменения её расхода [1, 2]. С другой стороны, сдвиговое течение в области с высокой вязкостью может привести к диссипативному тепловыделению, а при условии незначительного теплообмена с окружающей средой — и к локальному разогреву жидкости. Исследования интенсивности производства тепла за счёт вязкого трения в гидродинамических задачах имеют достаточно длинную историю. Но качественно новый уровень эти исследования приобрели в работе С.А. Бостаджияна и др. [3], в которой анализ процесса был рассмотрен по аналогии с теорией теплового взрыва, разработанной Д.А. Франк-Каменецким [4]. В последующих многочисленных работах были решены задачи о тепловыделении для жидкостей с различными реологическими свойствами и с учётом различных гидродинамических условий. В работах получены критические условия, при которых тепловыделение может приводить к росту температуры среды как при напорном течении, так и при вынужденной конвекции [5]. В статье [6] приведены экспериментальные результаты, отчётливо демонстрирующие эффекты разогрева и ускоренного увеличения числа оборотов ротационного вискозиметра. Найденные критические параметры были успешно сопоставлены с условиями, теоретически определёнными в [5].

Для большинства жидкостей, применяемых в промышленности, включая касторовое масло, которое использовалось в упомянутой экспериментальной работе, существенным параметром, обладающим значительной зависимостью от температуры, является вязкость. Следует отметить, что во всех работах по данной тематике как раз и учитывалось изменение только вязкости. Между тем, среди

других физических величин, изменение которых может влиять на течение термовязких жидкостей, важно отметить теплопроводность. Её зависимость от температуры существенна для расплавов серы, серосодержащих химических соединений и некоторых типов лавы.

В настоящей работе установлено, что в случае совмещения максимальных значений вязкости и теплопроводности разогрев жидкости за счёт вязкой диссипации уменьшается и, напротив, при рассогласовании максимальных значений в рассматриваемом диапазоне температур происходит значительное усиление эффекта гидродинамического теплового взрыва.

### Список литературы

- [1] Uрманчиев С., Киреев В. The Transient Flow of Liquid with Non-Monotonous Temperature Dependent Viscosity in a Plane Channel // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1906, 200009. 4 p.
- [2] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Урманчиев С.Ф. Изолированные режимы течений при конвекции аномально термовязкой жидкости в плоской ячейке // Прикладная математика и механика. 2019. № 3. С. 460–470.
- [3] Бостаджиян С.А., Мержанов А.Г., Худяев С.И. О гидродинамическом тепловом взрыве // Доклады АН СССР. 1965. Т. 163, № 1. С. 133–136.
- [4] Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 502 с.
- [5] Мержанов А.Г., Столин А.М. К тепловой теории течения вязкой жидкости // Доклады АН СССР. 1971. Т. 198, № 6. С. 1291–1294.
- [6] Мержанов А.Г., Посецельский А.П., Столин А.М., Штейнберг А.С. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва // Доклады АН СССР. 1973. Т. 210, № 1. С. 52–54.

<sup>1</sup>Работа поддержана средствами государственного бюджета по государственному заданию на 2019–2022 годы (№ 0246-2019-0052).

## К вопросу вскрытия золота из особо упорных золотомышьяковых руд резонансным воздействием ВЧ ЭМВ на месте его естественного залегания

Усманов Р.И.

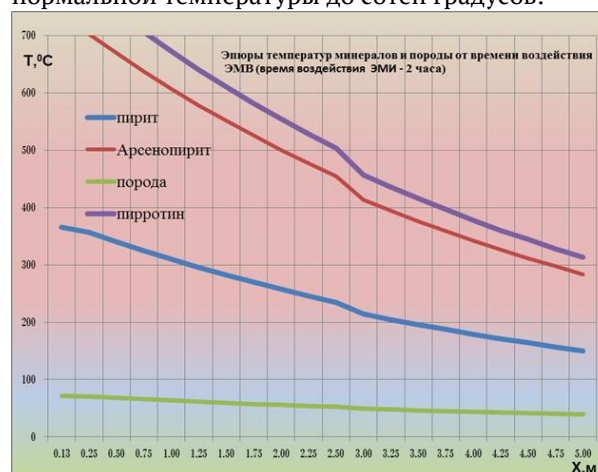
НГМК, Навои, Узбекистан

Рассматривается процесс импульсного резонансного воздействия высокочастотной электромагнитной волны (ВЧ ЭМВ) на осесимметричную породу, в порах которой находится вначале упорные сульфидные золотомышьяковые минералы. При этом ультратонкие частицы золота диспергированы в сульфидных минералах, представленных в основном арсенопиритом, пиритом, пирротинном, антимонитом, а также с незначительным количеством галенита, сфалерита, халькопирита, сфалерита, тетраэдрита, марказита и др.

Для этих целей в подготовленном блоке рудной залежи бурят скважину и спускают антенну ВЧ ЭМВ. Поэтапное осесимметричное воздействие мощным электромагнитным импульсом производят выбором резонансной частоты на определённый минерал, в котором тонко вкраплено золото, в зависимости от глубины его залегания. Термодинамика и гидродинамика вышеуказанного процесса рассматривается в рамках математической модели механики многофазных сред с учетом возможного фазового перехода первого рода [1-4]. Замкнутая система дифференциальных уравнений при соответствующих условиях заданных на межфазной границе решаются численными методами. В численных расчётах используются расчётные схемы “ловля фазового фронта в узлы разностной сетки” и “дробные шаги фазового фронта” [5]. На основе численных исследований с использованием исходных данных образцов руд, рассчитаны резонансные частоты ВЧ ЭМВ на определённый минерал от глубины пространственного залегания минералов, в котором тонко вкраплено золото.

Проведённые численные и экспериментальные исследования показывают, что при воздействии электромагнитным импульсом СВЧ генератора мощностью более 60 кВт на каждый метр толщины осесимметричной породы происходит объёмное энерго поглощение и нагрев породы, кипение и испарение содержащейся в ней влаги. Из-за разной диэлектрической проницаемости и

тангенса угла диэлектрических потерь и степенью поглощения ЭМВ минералами в каждом элементарном объёме происходит неоднородный нагрев минералов от нормальной температуры до сотен градусов.



В частности, на исследуемых поверхностях минералов, как пирит и арсенопирит за счет поглощения энергии ВЧ ЭМВ температура может достигать от 400 до 800°C (рис. №1).

Вследствии объёмного резонансного воздействия ВЧ ЭМВ горная порода расслаивается с образованием и развитием трещин за счёт совместного действия термических напряжений и порового давления паров, возникающих при фазовом переходе содержащейся в породе влаги, упрощается дальнейшее отделение металлических включений от пустой породы.

### Список литературы:

- [1] Рахматуллин Х.А. Основы газодинамики взаимопроницающих движений сжимаемых сред. – ПММ, 1956, т. 20, с. 184-195.
- [2] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред- М: Наука, 336с.
- [3] Усманов Р.И. К вопросу вскрытия золота из особо упорных сульфидных золотомышьяковых руд на месте его естественного залегания резонансным воздействием ВЧ ЭМВ// Горный вестник Узбекистана, 2020, №1(80), с. 41-47.
- [4] Usmanov R.I. In-situ leaching of valuable components from low-watered, weakly permeable and carbonate strata// "Gornyi Zhurnal", Moscow, 2019, №4, DOI:10.17580/gzh.2019.04.10.
- [5] Усманов Р. Численное исследование процесса тепло - и массопереноса в насыщенной пористой среде при наличии объёмного источника тепла из-за поглощения энергии ЭМИ. – Москва, Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Научный отчёт № 3305, 1986, 107с.

## О корректности начально-граничной задачи для неоднородного уравнения колебания балки

Фадеева О.В.

СамГТУ, Самара

В данной работе изучен вопрос о корректности одной начально-граничной задачи для консольной балки.

Для уравнения, описывающего вынужденные изгибные поперечные колебания однородной балки при отсутствии вращательного движения при изгибе:

$$U_{tt} + a^2 U_{xxxx} = F(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T,$$

была поставлена начально-граничная задача, характеризующая колебания балки, один конец которой свободен, а другой заделан.

Можно отметить, что во многих учебниках ([1]) определены собственные частоты и виды собственных колебаний для рассмотренного уравнения с различными краевыми условиями, но начально-граничные задачи не исследованы. В данной работе решение поставленной начально-граничной задачи построено в явном виде как сумма ортогонального ряда по системе собственных функций, а так же приведены доказательства теорем единственности, существования и устойчивости построенного решения.

Решение поставленной задачи проведено методами спектрального анализа. Найдены собственные значения полученной спектральной задачи и составлена соответствующая система собственных функций. Было доказано, что в пространстве  $L_2$  рассмотренная система функций обладает свойствами ортогональности и полноты. Единственность решения поставленной задачи доказана двумя способами. Первый

способ основан на применении интеграла энергии, а второй – на полноте системы собственных функций. Решение данной начально-граничной задачи построено в явном виде и представлено как сумма ряда по системе собственных функций соответствующей одномерной спектральной задачи. Найдены оценки коэффициентов этого ряда и системы собственных функций, на основании которых установлены достаточные условия на начальные функции, выполнение которых обеспечивает равномерную сходимость построенного ряда в классе регулярных решений уравнения колебаний балки. Так приведено доказательство теоремы существования решения поставленной начально-граничной задачи. Опираясь на полученное решение данной задачи, установлена устойчивость ее решения в зависимости от начальных данных

### Список литературы:

- [1] [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966, 724 с.
- [2] [2] Сабитов К.Б. Колебания балки с заделанными концами // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2015. Т.19. №2 (39), С.311-324.
- [3] [3] Сабитов К.Б. К теории начально-граничных задач для уравнения стержней и балок // Дифференциальные уравнения. 2017. Т.53. №1, С. 89-100

## Численное моделирование водогазового воздействия на нефтяной пласт с периодическим акустическим полем<sup>1</sup>

Фазлетдинов С.У., Питюк Ю.А., Фахреева Р.Р.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем,  
Башкирский государственный университет, Уфа

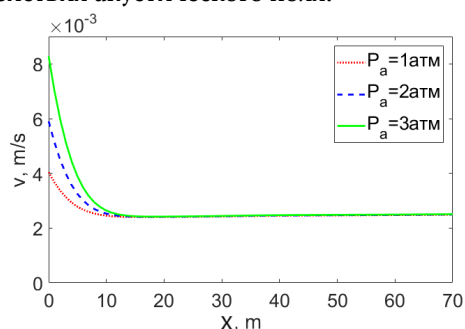
В последнее время методы оптимизации и модернизации добычи нефти и ее остатков становятся все более актуальными. Одним из таких методов является водогазовое воздействие (ВГВ). В работе проведен численный анализ фильтрационных процессов в пласте при водогазовом и акустическом воздействии одновременно. Данная работа является продолжением работы авторов [1], описывающей особенности фильтрации ВГС в пористой среде.

Рассматривается элемент пористой среды длиной 100 м с пористостью 0.18. В исследуемом образце одновременно находятся нефть, вода с пузырьками газа и свободный газ (обозначены нижними индексами соответственно «o», «w», «b», «g»). Вытесняющей жидкостью является водогазовая смесь (ВГС), которая может быть представлена как жидкость с эффективной проницаемостью [2]. Фазовые проницаемости для нефти, воды и газа определяются согласно [3]. При фильтрации ВГС в образце пористой среды пузырьки расширяются и при превышении критического значения насыщенности пузырьков они могут начать объединяться, образуя свободную газовую фазу.

В начальный момент времени образец пористой среды при пластовом давлении 200 атм. и температуре 70°C равномерно насыщен нефтью и водой с насыщенностями 0.8 и 0.2 соответственно. На левой границе элемента пористой среды закачивается ВГС с объемным содержанием пузырьков 0.1 при температуре 20°C и переменным забойным давлением в 300 атм., изменяющимся по гармоническому закону с амплитудой от 1 до 3 атм. На правой границе задаются постоянное давление 200 атм. и условие симметрии по насыщенности и температуре.

Для решения задачи используется метод контрольного объема [4]. В разработанном программном модуле были проведены многопараметрические расчеты и анализ результатов математического моделирования.

Проведены численные расчеты фильтрации нефти при ВГВ под действием акустического поля различной амплитуды и продолжительности действия. Определены зависимости скорости фильтрации флюида (рис. 1), насыщенностей фаз, распределения давления и температуры по пласту от амплитуды акустического поля, а также влияние продолжительности воздействия на фильтрационные характеристики флюида. Обнаружено, что ВГВ наиболее эффективно при большей амплитуде и продолжительности воздействия акустического поля.



### Список литературы:

- [1] Питюк Ю.А., Мусин А.А., Ковалева Л.А., Фахреева Р.Р. Численное моделирование фильтрации водогазовой смеси в пористых средах // Вестник Башкирского университета. 2019. Т. 24, №2. С. 295–300.
- [2] Сулейманов Б.А. Особенности фильтрации гетерогенных систем. М.: Ижевск, 2006. 356 с.
- [3] Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат. 1963. 396 с.
- [4] Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат. 1984. 152 с.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-20102.



## Численное исследование течения вязкой жидкости и динамики одиночных капель в микроканалах с гидродинамическими ловушками<sup>1</sup>

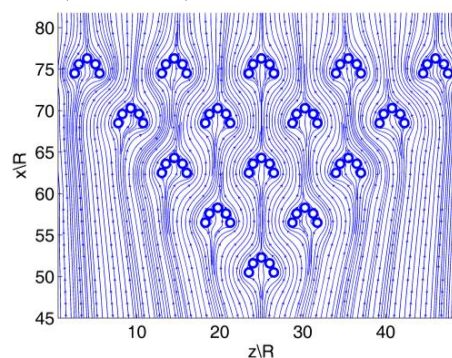
Фаткуллина Н.Б., Солнышкина О.А., Булатова А.З.

Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем, Башгосуниверситет, Уфа

Актуальной задачей современной науки и техники является реализация и применение новых эффективных технологий, которые разрабатываются на основе фундаментальных исследований в области микрогидродинамики. Известно, что при создании лабораторий-на-чипе, активно используемых, например, при конструировании микрофлюидных устройств, применяется трёхмерное моделирование стоковых течений вязкой жидкости в микроканалах с гидродинамическими ловушками [1]. В настоящее время изучение влияния геометрии структур в микроканалах как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения вызывает большой интерес исследователей в области микрогидродинамики.

В данной работе проведено численное изучение гидродинамических потоков вокруг элементов микроструктур внутри плоского микроканала прямоугольного поперечного сечения, возникающих при медленном течении вязкой несжимаемой жидкости с деформируемыми каплями под действием заданного постоянной объемного расхода. Предполагается, что все процессы протекают при малых числах Рейнольдса ( $Re < 1$ ) и при изотермических условиях. Такие течения описываются стационарными уравнениями Стокса. Моделирование производилось с помощью программных модулей на основе ускоренного метода граничных элементов [2]. Метод граничных элементов эффективен при решении трёхмерных задач со сложной геометрией или в бесконечных областях, так как все расчёты связаны только с границей элементов, которые покрываются треугольной сеткой. Для изучения динамики капель при течении вязкой жидкости вокруг гидродинамических ловушек рассматривались капли различных размеров, а также широкий диапазон капиллярных чисел и соотношений вязкости.

Разработана качественная триангуляция микроструктур с плоскими гладкими стенками со сложной геометрией, включающей в себя гидродинамические ловушки различной конфигурации. В частности, рассматривалась гидродинамическая ловушка подковообразной формы, состоящая из пяти цилиндрических элементов с равными радиусами. Исследовалась картина течения вязкой жидкости вокруг распределённых на различном расстоянии друг от друга ловушек. Структуры такой формы часто используются в микрофлюидных устройствах для фиксации частиц в потоке.



Таким образом, изучено влияние расстояния между рядами ловушек на картину течения и распределения продольной и поперечной компонент скорости потока. Показано, что при изменении расстояния между рядами ловушек от минимального, равного половине радиуса элемента, до шести радиусов поле скоростей вокруг изменяется значительно, а при дальнейшем увеличении характерная картина течения сохраняется.

Библиотека FMM предоставлена Fantalgo, LLC (Maryland, USA).

### Список литературы:

- [1] Stone H.A., Stroock A.D., Ajdari A. Annu. Rev. Fluid Mech. 2004. Pp. 381–411.
- [2] Pozrikidis C. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow. Cambridge, MA: Cambridge University Press. 1992. 259 p.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК-549.2019.1



## Разработка низкотемпературной технологии СВЧ-переработки нефтешламов<sup>1</sup>

Фатыхов М.А.<sup>\*</sup>, Абдеев Р.Г.<sup>\*\*</sup>, Саитов Р.И.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>БГПУ им. М. Акмуллы, Уфа <sup>\*\*</sup>БашГУ, Уфа

Применяемые в настоящее время наиболее распространенные способы переработки нефтешламов имеют ряд недостатков: сжигание «полезных» углеводородов, образование в больших объемах углекислого газа и других токсичных газов, низкая производительность, невозможность использования при низких температурах, неприменимость для труднорасслаиваемых высоковязких нефтешламов и др [1].

В работе разрабатывается технология переработки нефтешламов на основе новых высокоэффективных методов и оборудования, которые обеспечат безопасность для окружающей среды, а также исключат вышеперечисленные недостатки существующих технологий. В настоящее время одним из перспективных технологий в нефтедобывающей и перерабатывающей отраслях считается сверхвысокочастотная обработка углеводородных соединений для снижения вязкости при транспортировке, разделения устойчивых эмульсий при первичной переработке нефти, утилизации буровых нефтешламовых отходов и отходов нефтехимического производства [2, 3]. Параметры СВЧ-обработки в последней стадии приходится исследовать экспериментально: выбирать частоту и мощность генератора, определять время воздействия, поскольку, во-первых, разновидностей нефти и нефтешламов насчитывается несколько сотен, во-вторых, СВЧ-генераторы выпускаются только для нескольких фиксированных частот, самые доступные из которых 2,4 ГГц. При этом разделение фаз эмульсии происходит, в основном, за счет нагрева. Основной целью нашей работы является разработка низкотемпературных технологий экологически безопасной СВЧ-переработки нефтешламовых отходов. Для этого необходимо определить оптимальные режимы СВЧ-воздействия. Используя энергетические соотношения, нами предложена простейшая модель определения минимальной напряженности СВЧ-поля, от которой зависит мощность воздействия

генератора. Резонансная частота молекул воды известна [4]. Однако, учитывая малую глубину проникновения СВЧ-волны, необходимо исследовать также частоты, близкие к резонансной, при которых эффект разделения существенно не снижается. Между тем, можно считать, что суммарный дипольный момент молекул воды и связей типа водород-углерод, кислород-углерод, присутствующих в водонефтяной и нефтеводяной эмульсиях, линейно зависит от напряженности электрического поля. При этом предположении минимально необходимая для разрушения эмульсии напряженность электрического поля равна 100 В/м.

Вычислительный эксперимент [5] для частоты СВЧ-генератора 10 ГГц, начальной температуры эмульсии 20 °С, содержания воды в эмульсии 40%, напряженности поля 100 В/м показал линейный рост температуры на поверхности эмульсии на 2,4 °С за 1 с. Таким образом, низкотемпературное разделение эмульсии возможно за счет разрыва химических связей под воздействием электромагнитного поля, а не нагрева.

### Список литературы:

- [1] Чертес К.Л., Назаров М.В., Назаров В.Д., Тупицына О.В., Галинуров И.Р., Разумов В.Ю. Технология переработки нефтешламов //Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2013. № 6. С. 35–39.
- [2] Ковалева Л.А., Зиннатуллин Р.Р., Миннигалимов Р.З. Исследование разрушения водонефтяных эмульсий высокочастотным электромагнитным полем //Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Вып. 6. /Уфа: Нефтегазовое дело. 2008. С. 101–106.
- [3] Цао Бо. Исследование воздействия микроволнового излучения на свойства высоковязких нефтей с целью повышения эффективности их транспортировки: Дис. ... канд. техн. наук: 25.00.19 / Цао Бо. М., 2017. 124 с.
- [4] Дебай П. Полярные молекулы. М.: Гос. науч. техн. изд., 1931. 247 с.
- [5] Саитов Р.И., Хасанова А.Ф., Абдеев Р.Г., Абдеев Э.Р., Рукомойников А.А. Математическая модель процесса электромагнитного нагрева многофазного многокомпонентного пласта тяжелой нефти // Вестник Академии наук Республики Башкортостан. , 2018. Т. 29. № 4 (92). С. 73–79.

<sup>1</sup> Финансирование работы при поддержке гранта РФФИ №18-29-24178

## Определение фильтрационных параметров раствора полимера и суспензии из решения обратных задач движения оторочек в пористой среде

Федоров К.М.\*, Шевелев А.П.\*, Кобяшев А.В.\*\*\*, Захаренко В.В.\*\*

\*Тюменский государственный университет, Тюмень

\*\*ООО ТННЦ, Тюмень

Полимерные и полимер-дисперсные растворы нашли широкое применение в нефтяной промышленности для перераспределения потоков в призабойной зоне скважин [1]. Прямые задачи о закачке полимерных и полимер-дисперсных систем в скважины решаются на основе устоявшихся подходов, рассмотренных, например, в [2, 3]. Подходы к описанию миграции в пористой среде полимеров и суспензий отличаются определением приведенных плотностей через массовые и объемные концентрации компонентов и физическими механизмами взаимодействия с породой. Учитываются эффекты адсорбции полимера, недоступного для его фильтрации порового объема, влияния концентрации на вязкость раствора и дополнительного фактора сопротивления. Для суспензии учитывается механизм осаждения или застревания в шейках пор частиц и снижение проницаемости среды за счет этих эффектов. Уравнения фильтрации полимер-дисперсной среды в этом приближении имеет вид:

$$\frac{\partial \phi(1 - S_{ipv})c_p \rho_w}{\partial t} + \text{div}(U c_p \rho_w) = \frac{\partial(1 - \phi)\rho_r a}{\partial t},$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \Gamma c_p$$

$$\frac{\partial \phi(1 - S_{ipv})c_s \rho_s}{\partial t} + \text{div}(U c_s \rho_s) = -J,$$

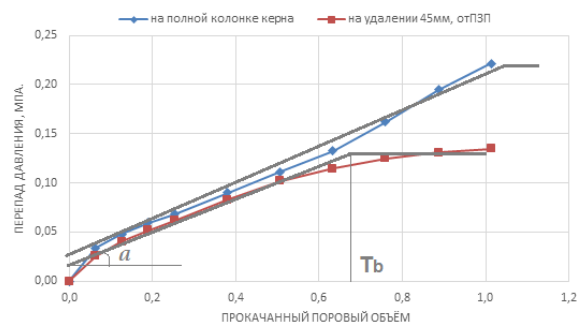
$$\frac{\partial \sigma \rho_s}{\partial t} = J = \lambda c_s \rho_s U$$

где  $c_s$  – объемная концентрация частиц в потоке,  $\sigma$  – объемная концентрация в единице объема всей породы захваченных в пористой среде частиц,  $c_p$  – массовая концентрация полимера,  $a$  – массовая концентрация адсорбированного полимера на скелете породы,  $S_{ipv}$  – недоступный для полимера и частиц объем пор,  $\phi$  – пористость,  $\Gamma$  – константа адсорбции Генри для полимера,  $\rho_w, \rho_s, \rho_r$  – плотности водной фазы, частиц суспензии и матрицы породы,  $U$  – фильтрационный поток через доступное поровое пространство,  $J$  – скорость захвата частиц.

На базе Центра ядерных исследований ООО ТННЦ были проведены три серии экспериментов

по фильтрации оторочек раствора полимера и полимер-дисперсной системы на основе бентонитовой глины и известкового мела. В качестве образцов породы использовались керны юрских отложений Западной Сибири с различной проницаемостью.

На основе рассмотренных подходов были решены обратные задачи фильтрации оторочек полимера и полимер-дисперсной системы. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных показало удовлетворительное согласование, основные различия заключаются в отсутствии учета диффузии компонентов и сжимаемости породы и жидкости. Пример интерпретации экспериментальных данных по движению оторочки полимера приведен на рисунке.



Разработанный алгоритм интерпретации данных позволил определить константу адсорбции Генри и недоступный объем пор для полимера, фильтрационный коэффициент и его зависимость от соотношения среднего размера частиц к размеру пор, а также коэффициент загрязнения для суспензии.

### Список литературы:

- [1] Aldhaheri M., Wei M., Zhang N., Bai B. A Review of Response of Bulk Gel Treatments in Injection Wells – Part I: Oil Production. //Conference Paper SPE 190164-MS, 2018.
- [2] Bedrikovetsky P., Monteiro P. Suspension Flow Theory in Petroleum Reservoirs: Fractional Flow Theory. //Conference paper SPE 110929, 2007
- [3] El-karsani K. S. M., Al-Muntasheri G. A., Hussein I. A. Polymer Systems for Water Shutoff and Profile Modification: A Review Over the Last Decade. // SPE Journal, V.19, Feb 1, 2014, p.135-149. doi:10.2118/163100-PA

## Акустика вязкоупругой жидкости с покрытыми оболочкой пузырьками<sup>1</sup>

Федоров Ю.В.

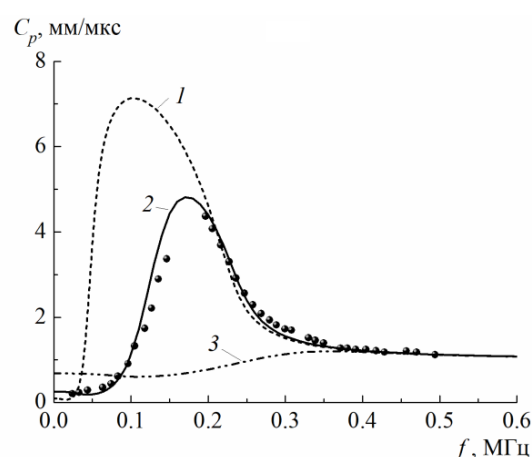
Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Покрытые вязкоупругой оболочкой пузырьки встречаются во многих областях. Но основное применение они нашли в биомедицине, где используются в качестве контрастных веществ для ультразвуковой диагностики [1, 2].

В рамках данной работы получено модифицированное уравнение Релея-Ламба, учитывающее радиальные колебания пузырька газа, покрытого вязкоупругой оболочкой и находящегося в вязкоупругой среде. Для случая малых возмущений найдено дисперсионное уравнение, учитывающее межфазный теплообмен между газом, вязкоупругой оболочкой и несущей средой. Выписано аналитическое выражение равновесной скорости звука и установлена ее зависимость от размера вязкоупругой оболочки и частоты возмущений. Показано влияние зависимостей модуля сдвига и вязкости бутиловой резины от частоты возмущений при различной температуре на кривые фазовой скорости и коэффициента затухания. Проиллюстрировано влияние оболочки пузырьков, упругости несущей фазы на динамику акустических волн.

В частности, на приведенном рисунке представлено влияние упругости несущей среды, оболочки пузырьков на зависимости фазовой скорости от частоты возмущений для смеси полидиметилсилоксана (PDMS RTV-615) с воздушными пузырьками. Дано сравнение теории с экспериментальными данными [3]. Кривая 1 построена без учета упругости несущей среды, кривая 2 – с учетом упругости несущей среды, кривая 3 – с учетом упругости несущей среды и при наличии вязкоупругой оболочки пузырьков. Как видно из рисунка, учет упругости несущей фазы приводит к сдвигу резонансной частоты возмущений (кривая 2), что также хорошо подтверждается экспериментальными данными. Дополнительный учет вязкоупругой оболочки приводит к еще большему значению резонансной частоты (кривая 3). Наличие оболочки пузырьков может привести также к

исчезновению полосы непрозрачности у фазовой скорости (фазовая скорость не превысит скорость звука в несущей фазе во всем диапазоне частот). Это связано с тем, что оболочка пузырьков сдерживает пульсации включений.



Пузырьки ведут себя как упругие частицы и, в связи с этим, происходит меньшее рассеяние акустической волны по сравнению с обычными пузырьковыми средами.

### Список литературы:

- [1] Goldberg B.B., Raichlen J.S., Editors F.F. Ultrasound contrast agents. Basic principles and clinical applications. Martin Dunitz, 2001.
- [2] Sboros V. Response of contrast agents to ultrasound // Advanced Drug Delivery Reviews. 2008. V. 60. P. 1117-1136.
- [3] Leroy V., Strybulevich A., Page J.H., Scanlon M. G. Influence of positional correlations on the propagation of waves in a complex medium with polydisperse resonant scatterers // Physical Review E. 2011. V. 83. P. 046605.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (МК-297.2020.1) и гранта РФФИ (19-01-00442 А).

Эффект вытеснения жидкости скелетом при малой пористости<sup>1</sup>

Филиппов А.И.

\*Институт стратегических исследований Республики Башкортостан, Стерлитамакский филиал, Стерлитамак

\*\*Башкирский госуниверситет, Стерлитамакский филиал, Стерлитамак

Представлен вывод и дана новая интерпретация коэффициента, характеризующего упругие фильтрационные свойства жидкой фазы в пористой среде, где снимается требование совпадения этого коэффициента со сжимаемостью скелета при малой пористости.

Любое уравнение состояния может быть представлено в виде ряда Тейлора в окрестности давления  $P_l$ . Для малых перепадов давления  $P - P_l$  достаточно сохранить два первых члена разложения плотности фильтрующейся жидкости  $\rho = \rho_0(1 + \alpha(P - P_l))$ . Для материала скелета оно представляется как  $\rho_s = \rho_{s0}(1 + \beta_s(P - P_l))$ , где  $\alpha = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{P=P_l}$ ,  $\beta_s = \frac{1}{\rho_{s0}} \left( \frac{\partial \rho_{s0}}{\partial P} \right)_{P=P_l}$  – коэффициенты сжимаемости.

Вычисление коэффициента сжимаемости жидкой фазы в составе пористой среды основано на преобразовании первого слагаемого уравнения (для простоты одномерного) неразрывности  $\frac{\partial(\rho m)}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0$  в баротропном приближении как  $\frac{\partial \rho m}{\partial t} = \frac{d\rho m}{dP} \frac{dP}{dt}$ . Выражение для этого коэффициента сжимаемости имеет вид  $\beta = \frac{1}{\rho m} \frac{d\rho m}{dP}$ .

Для производной от произведения плотности  $\rho$  и пористости  $m$  по давлению  $P$  получим  $\frac{d\rho m}{dP} = \rho \frac{dm}{dP} + m \frac{d\rho}{dP}$ . Производная от плотности фильтрующейся среды по давлению с помощью линеаризованного уравнения состояния представляется как  $\frac{d\rho}{dP} = \rho_0 \alpha$ .

Для вычисления  $\frac{dm}{dP}$  уравнение неразрывности для скелета пористой сред представим как  $\frac{\partial(\rho_s(1-m))}{\partial t} = \frac{d(\rho_s(1-m))}{dP} \frac{dP}{dt} = 0$ . Поскольку  $\frac{d(\rho_s(1-m))}{dP} = 0$ , то отсюда с помощью уравнения состояния для материала скелета получим выражение для производной от пористости по давлению в виде  $\frac{dm}{dP} = (1-m) \frac{\rho_{s0}}{\rho_s} \beta_s$ . Выражение для производной от  $\rho m$  по давлению запишем в виде  $\frac{d\rho m}{dP} = \rho_0 m \alpha + \rho(1-m) \frac{\rho_{s0}}{\rho_s} \beta_s$ .

В точке линеаризации  $\rho_s = \rho_{s0}$ ,  $m = m_0$ , поэтому выражение для коэффициента сжимаемости жидкой фазы с учетом влияния скелета  $\beta$  зависит от пористости  $m$  коэффициентов сжи-

маемости жидкости  $\alpha$  и материала скелета  $\beta_s$  следующим образом (индекс нуль опущен):

$$\beta = \alpha + \frac{1-m}{m} \beta_s.$$

Это выражение показывает, что при  $m = 1$  сжимаемость жидкой фазы в пористой среде совпадает со сжимаемостью жидкости вне пористой среды  $\beta = \alpha$ , что очень физично и закономерно. Второй же предел при  $m \rightarrow 0$  вызывает недоумение, поскольку  $\beta \rightarrow \infty$  и не совпадает со сжимаемостью скелета  $\beta_s$ .

Трудно сомневаться в справедливости полученного результата, поскольку он получен на основе закона сохранения массы с использованием представления уравнения состояния в виде ряда Тейлора, не подлежащих сомнению.

Физическая интерпретация полученного результата заключается в следующем. При высоких значениях пористости, действительно, процесс фильтрации определяется преимущественно сжимаемостью жидкости. При уменьшении пористости вклад сжимаемости скелета возрастает до значений, превышающих сжимаемость жидкости, и становится преобладающим.

Эффект заключается в том, что при малой пористости вытеснение жидкости из пористой среды происходит за счет расширения скелета и уменьшения пористости.

Что касается требования совпадения сжимаемости  $\beta$  со сжимаемостью скелета  $\beta_s$  при нулевой пористости, которое использовано в классических работах [1 – 3], то оно не имеет физического смысла, поскольку в этом случае жидкая фаза отсутствует, а процесс фильтрации не реализуется.

## Список литературы:

- [1] Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2004, 628 с.
- [2] Бузинов С. Н. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. М: Недра, 1964. 272 с
- [3] Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.

<sup>1</sup> Проект № 16-08-00728 А РФФИ

## Асимптотические представления решения задачи о поле давления в несовершенном вскрытом нефтегазовом пласте<sup>1</sup>

Филиппов А.И.\*, Михайлов П.Н.\*

\*Институт стратегических исследований Республики Башкортостан, Уфа

\*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак

Задачи о полях давления составляет основу теории массопереноса в пористой среде и имеют большое практическое значение для нефте- и газодобычи, геологии и экологии. Классические аналитические решения их получены преимущественно для однородных изотропных пластов.

Все природные коллекторы неоднородны по толщине и простиранию [1]. По этой причине исследование фильтрационных потоков приводит к необходимости учета неоднородности пластов и зависимости коэффициента от пространственных координат [2]. В реальных условиях границы интервалов, перфорации не совпадают с границами пласта. С одной стороны, это связано с технологическими трудностями, с другой стороны, часто геологические условия, например, наличие водо-нефтяного константа, не позволяет переформировать весь пласт. Это обстоятельство приводит к необходимости решения задач о полях давления в трехслойной системе пластов, в которой только центральный пласт подвержен эксплуатации. Такие задачи важны для учета вертикальных потоков в пластах, которые определяют нефтеотдачу из неперфорированных частей пласта [3]. В виду сложности задач фильтрации, для их решения либо используются численные методы, либо постановка задач существенно упрощается, и строятся аналитические решения. Как правило, пласт считается изолированным. Последний недостаток моделей устраняется сопряженной постановкой задач контактов сред. При этом адекватность численных моделей проверяется согласованием результатов, полученными численными и аналитическими методами, а также с экспериментальными данными. Для построения более точных физико-математических моделей фильтрации требуется разработка новых и развитие существующих методов. Одним из перспективных для исследования проблем

фильтрации в слоисто-неоднородных средах представляется асимптотический метод формального параметра. В ряде работ авторами метод реализован при решении скважинной термодинамики [4].

Одной из главных математических проблем при этом остается обоснование асимптотического приближения построенного решения к искомому. Поскольку задача для остаточного члена имеет такую же трудность для решения, что и исходная, предлагалось построить точное в среднем решение, которое обеспечивало тривиальность решения задачи для остаточного члена, осредненной по ширине пласта [5].

В работе асимптотическим методом построено аналитическое решение задачи о поле давления в нулевом приближении, для которого нулевое разложение остаточного члена по тому же параметру, что и в основной задаче, обращается в нуль.

Развитый применительно к задачам сопряжения метод представляет общетеоретический интерес и может быть использован для решения широкого круга практических проблем.

### Список литературы:

- [1] Голубев Г.В. Определение поля давления при фильтрации жидкостей в неоднородной трещиновидной среде // Вестник КГУ. 2015. № 3. С. 31-38.
- [2] Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А. Асимптотическое представление фильтрационного поля в пласте со слоистой неоднородностью // Прикладная физика и математика. 2017. №6. С. 33-45.
- [3] Морозов П.Е. Полуаналитическое решение задачи нестационарного потока жидкости к несовершенной скважине // Уч. Записки Казанского университета. Серия физ.-матем. науки. 2013. Т. 155. № 6. С. 71-79.
- [4] Филиппов А.И., Михайлов П.Н. Асимптотические методы в скважинной теплофизике. Уфа: Гилем, Башк. Энцикл. 2003. 383 с.
- [5] Ахметова О.В., Михайлов П.Н., Филиппов И.М. Новый метод исследования полей давления в неоднородном ортотропном пласте // Вестник Башкирского университета. 2013. С. 363–366.

<sup>1</sup> РФФИ № 17-48-02051 p\_a

## Ячеечная модель пористого заряженного слоя: вычисление кинетических коэффициентов матрицы Онзагера<sup>1</sup>

Филиппов А.Н.

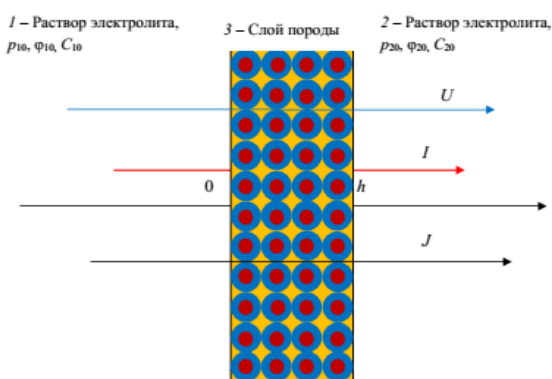
Губкинский университет, Москва

На основе ячейечного метода, разработанного Дж. Хаппелем, и термодинамики необратимых процессов (подход Онзагера) предложен новый способ вычисления плотности потоков растворителя –  $U$ , растворенного вещества –  $J$  и электрического тока –  $I$ , текущих через заряженный пористый слой (мембрану) при одновременном действии внешних градиентов давления  $p$ , химического  $\mu$  (концентрации электролита  $C$ ) и электрического потенциала  $\varphi$ . Показано, что с ростом равновесной концентрации электролита растет и суммарная проницаемость пористой структуры как за счет барофильтрационного, так и за счет электроосмотического переноса растворителя.

В работе [1] была построена ячейечная модель пористого слоя, состоящего из пористых заряженных частиц-шаров одинакового радиуса, поставлена и решена в общем виде задача нахождения кинетических коэффициентов  $L_{ij}$  матрицы Онзагера, а также впервые получена точная алгебраическая формула для гидродинамической проницаемости  $L_{11}$  заряженного слоя. В работе [2] в рамках термодинамики неравновесных процессов, на основе ранее предложенной автором ячейечной модели [1], вычислены электроосмотическая проницаемость  $L_{12}$  и удельная электропроводность  $L_{22}$  заряженного слоя, рассматриваемые как кинетические коэффициенты матрицы Онзагера. В данной работе пользуемся результатами упомянутых исследований, а также новыми формулами, полученными для интегральной диффузионной проницаемости  $L_{33}$ , электродиффузионного  $L_{23}$  и обратноосмотического  $L_{13}$  коэффициентов заряженного пористого слоя и применительно к расчету переноса растворителя (воды), электролита (соль, кислота) и электрического тока через заряженный пористый слой (пласт) нефтеносной породы, находящийся в равновесии с водным раствором бинарного 1:1 электролита. Все частицы в слое окружены жидкой оболочкой. Схема процесса переноса показана на рисунке.

Здесь  $h$  – толщина пористого слоя, индексы

«1» и «2» указывают на левую и правую стороны слоя (пласта), которые контактируют с равновесными растворами 1:1 электролита.



Ячейечная модель была успешно верифицирована с привлечением экспериментальных данных по электропроводности и электроосмотической проницаемости водного раствора соляной кислоты через исходную и модифицированную нанотрубками галлузита и наночастицами платины и железа катионообменную мембрану МФ-4СК [3].

Таким образом, линейные соотношения Онзагера [1] позволяют рассчитать плотности потоков растворителя (линейную скорость  $U$ ), соли  $J$  и электрического тока  $I$  при любых значениях градиентов давления, концентрации и электрического потенциала. А это означает, что можно регулировать указанные потоки, проходящие через пласт, меняя внешнее электрическое поле при постоянных градиентах давления и концентрации электролита.

### Список литературы:

- [1] Filippov A.N. Cell model of ion-exchange membrane. Hydrodynamic permeability // Colloid J. 2018. Vol. 80, No. 6. P. 716–727.
- [2] Filippov A.N. Cell model of ion-exchange membrane. Electroconductivity and electroosmotic permeability // Colloid J. 2018. Vol. 80, No. 6. P. 728–738.
- [3] Filippov A.N., Shkirkaya S.A. Verification of the cell (heterogeneous) model of an ion-exchange membrane and its comparison with the homogeneous model // Colloid J. 2019. Vol. 81, No. 5. P. 597–606.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ – грант №20-08-00661

## Моделирование неустановившейся фильтрации в системе пласт-трещина гидроразрыва

Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А.

Башкирский государственный университет, Уфа

Гидравлический разрыв пласта, заключающийся в создании трещин, пересекающихся со скважинами, в настоящее время является одним из основных методов интенсификации добычи трудноизвлекаемых запасов углеводородов. Наличие трещин гидроразрыва приводит к существенным изменениям геометрии и динамики процесса фильтрации. Поэтому является актуальным математическое моделирование процессов фильтрации в пласте с трещиной гидроразрыва. Эти модели достаточно полно разработаны в стационарном приближении. Нестационарные процессы распределения давления исследованы в основном применительно к гидродинамическим методам исследования скважин, которые охватывают ограниченный интервал пространственно-временных изменений давления (расстояния порядка радиуса скважины и времена намного меньше, чем характерное время фильтрации). Коллектора с трудноизвлекаемыми запасами, как правило, характеризуются малой проницаемостью и большой вязкостью нефти. В таких коллекторах, в которых в основном и реализуется гидроразрыв пласта, продолжительность нестационарных процессов перераспределения давления может быть одного порядка с характерным временем фильтрации между скважинами [1]. Поэтому представляет интерес развитие теории нестационарной фильтрации в пластах с трещинами ГРП. Данная работа является дальнейшим развитием модели

нестационарной фильтрации билинейного потока, впервые предложенной в [2], и рассмотренной более подробно в [3-6]. В работе представлены новые аналитические решения задачи о нестационарном распределении давления в пласте, пересеченной вертикальной трещиной гидроразрыва при краевых условиях первого, второго и третьего рода на скважине. Решения задач построены методом преобразований Лапласа.

### Список литературы:

- [1] Асалхузина Г.Ф., Давлетбаев А.А., Хабибуллин И.Л. Моделирование дифференциации пластового давления между нагнетательными и добывающими скважинами на месторождениях с низкопроницаемыми коллекторами. Журнал «Вестник Башкирского университета». 2016. Т. 21. №3. С.537-542.
- [2] Cinco-Ley H., Samaniego V.F. Transient Pressure Analysis for fractured wells // J. Petrol. Technol. – 1981. –V.33, №9. – P. 1749-1766.
- [3] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22. №2. С. 309-314.
- [4] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва // Вестник Башкирского университета. 2018. Т. 23. №4. С. 958-963.
- [5] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // ПММ. 2017. том 81, вып. 3. С. 319-329.
- [6] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Механика жидкости и газа», Известия Российской академии наук, номер 5, 2019 г.

## Об инвариантных движениях частиц общей трехмерной подгруппы группы всех пространственных переносов<sup>1</sup>

Хабиров С.В.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Уравнения механики сплошной среды инвариантны относительно группы Галилея расширенной растяжением. Группа содержит абелеву подгруппу переносов по пространству, включая равномерное движение начала отчета (галилеевы преобразования). Изучена алгебра Ли  $L_{11}$  этой группы и построена оптимальная система подалгебр с точностью до внутренних автоморфизмов [?]. 6-и мерной абелевой подгруппе пространственных переносов соответствует абелева подалгебра, структура которой содержит 13 не подобных подалгебр [?]

$$X_j = \partial_{\vec{x}^j}, \quad X_{3+j} = t\partial_{\vec{x}^j} + \partial_{\vec{u}^j}, \quad j = 1, 2, 3,$$

где  $t$  — время, векторы положения частицы и ее скорости в декартовом базисе  $\vec{k}_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , задаются формулами

$$\vec{x} = \vec{x}^j \vec{k}_j, \quad \vec{u} = \vec{u}^j \vec{k}_j.$$

Среди них выделена общая 3-х мерная подалгебра, содержащая операторы всех галилеевых переносов с точностью до внутренних автоморфизмов алгебры  $L_{11}$  задается базисом [?]

$$X_4 - aX_2 + bX_3, \quad X_5 + aX_1 + dX_2 - cX_3, \quad (1)$$

$$X_6 - bX_1 + cX_2 + eX_3,$$

где 5 параметров удовлетворяют соотношению

$$a^2(e-d)^2 + b^2e^2 + c^2d^2 = 1. \quad (2)$$

Инвариантные решения для подалгебры  $L_3$  рассматриваются на примере уравнений газовой динамики

$$\vec{u}_t + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \rho^{-1} \nabla p = 0,$$

$$\rho_t + (\vec{u} \cdot \nabla) \rho + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (3)$$

$$S_t + (\vec{u} \cdot \nabla) S = 0,$$

где  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $S$  — энтропия,  $p = f(\rho, S)$  — уравнение состояния.

Инварианты операторов (??) имеют вид

$$t, \quad \rho, \quad S, \quad \vec{u}_1 = \vec{u} + A(t)\vec{x},$$

где матрица  $A$  удовлетворяет равенству

$$AB^T = -I, \quad B = tI + E\langle \vec{\omega} \rangle + D, \quad (4)$$

$$D = \text{diag}(0, d, e),$$

$E\langle \vec{\omega} \rangle$  — антисимметрическая матрица с угловой скоростью  $\vec{\omega} = (c, b, a)$ :  $E\langle \vec{\omega} \rangle \vec{b} = \vec{\omega} \times \vec{b}$ ,

$B^T = tI - E\langle \vec{\omega} \rangle + D$ ,  $I$  — единичная матрица.

Дифференцирование по  $t$  равенства (??) дает  $A_t = A^2$ . Подстановка представления решения в инвариантах в систему (??) приводит к подмодели

$$u'_1 = Au_1, \quad \rho' = \rho \text{tr} A, \quad S' = 0.$$

Все уравнения подмодели интегрируются

$$B^T \vec{u}_1 = \vec{x}_0, \quad \rho = \rho_0 \exp \int \text{tr} A dt, \quad S = S_0.$$

Скорость определяется равенством

$$\vec{u} = -A(t)(\vec{x} + \vec{x}_0)$$

и с точностью до переносов можно считать  $\vec{x}_0 = 0$ . Обратная матрица  $B^{T^{-1}}$  определяет соотношение

$$\text{tr} A = -\text{tr} B^{T^{-1}} = -|B|^{-1} |B|'.$$

Таким образом, инвариантное решение имеет вид

$$\vec{u} = B^{T^{-1}} \vec{x}, \quad \rho = \rho_0 |B|^{-1}, \quad S = S_0, \quad (5)$$

$$p = f(\rho, S_0) = g(V, S_0), \quad V = \rho^{-1} = V_0 |B|.$$

Относительно общей подалгебры рассмотрены все инвариантные решения с линейным полем скоростей для идеальной газовой динамики. Изучены движения частиц в целом. Каждая частица движется по прямым линиям. В определенные моменты времени частицы собираются на линейных многообразиях коллапсов. В зависимости от значений произвольных параметров могут быть несколько многообразий коллапсов. Рассмотрены движения выделенных объемов частиц в виде параллелепипедов, которые проецируются в параллелограммы на многообразиях коллапсов. На примере уравнений газовой динамики у полученных решений изучено движение звуковых поверхностей в зависимости от уравнений состояния. Выведены уравнения для звуковых характеристик полученных решений. Приведен пример движения звукового коноида простейшего решения.

### Список литературы

- [1] Чиркунов Ю.А., Хабиров С.В. Элементы симметричного анализа дифференциальных уравнений механики сплошной среды. Новосибирск: НГТУ, 2012. 659 с.
- [2] Хабиров С.В. Лекции. Аналитические методы в газовой динамике. Уфа: БашГУ, 2013. 224 с.

<sup>1</sup> Финансирование работы госзадание № 0246-2019-0052, грант РФФИ № 18-29-10071



## Модель вычисления коэффициента теплопроводности твердых двухфазных смесей

Черных А.А.

Липецкий государственный технический университет, Липецк

Недостатки определения коэффициента теплопроводности двухфазных твёрдых систем (композитных материалов) с дисперсными шаровыми включениями ставят вопрос о создании более точных и совершенных методов расчёта [1-5]. Приводится модель, которая учитывает отношение коэффициентов теплопроводности основного материала (матрицы) и дисперсного включения [3]. Так как в большей степени материалы, применяющиеся в промышленности, содержат включения с различными геометрическими характеристиками, то необходимо использовать методику эквивалентных объёмов – сведения различных геометрических включений к заданному шарообразному, – что позволит оптимально получать изменение коэффициента теплопроводности при различных физических и геометрических значениях основного материала и наполнителя.

Анализ численных и теоретических расчётов показал, что аналитическая зависимость согласуется с результатами при относительно небольших значениях коэффициента теплопроводности наполнителя и диаметра включения [3]. Рассматривается несколько моделей, которые позволяют вычислять коэффициент теплопроводности таких систем [3,6,7]. Приводится их сравнение с моделью, которая учитывает влияние термического сопротивления границы фаз, а также интервалы применимости аналитической зависимости при различных отношениях коэффициента теплопроводности материала включения и основного материала. Проанализировано влияние концентрации включений и способа их

организации на величину эффективного коэффициента теплопроводности. Рассматривались модели Максвелла, Бруггермана, Мередита и Одолевского для вычисления эффективного коэффициента теплопроводности двухфазных твердых систем [1,4,5].

При исследовании призматической модели в виде куба с шаровым включением были получены соотношения для вычисления коэффициента теплопроводности при относительно небольших значениях коэффициентов теплопроводности и диаметров дисперсной среды. Результаты аналитической модели совпадают с экспериментальными и численными.

### Список литературы:

- [1] Meredith R.E., Tobias C.W. Conductivities in emulsions // *Journal of the Electrochemical Society*. 1961. Vol. 108, pp. 286-290.
- [2] Эпов М. И., Терехов В.И., Низовцев, М.И., Шурина Э.Л., Иткина Н.Б., Уколов Е.С. Эффективная теплопроводность дисперсных материалов с контрастными включениями // *Теплофизика высоких температур*. 2015. Т. 53, № 1. С. 48-53.
- [3] Sharapov A.I., Korshikov V.D., Chernykh A.A., Peshkova A.V. A method of researching the thermal conductivity coefficient of dispersion composite materials // *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2020. Vol. 55, Iss. 1. P. 148-155.
- [4] Yamada E., Ota T. Effective Thermal Conductivity of Dispersed Materials // *Warme und Stoffübertragung*. 1980. Vol. 13. P. 27. 5.
- [5] Progelhot R.G., Throne L., Ruetsch R.R. Methods for Predicting the Thermal Conductivity of Composite Systems: A Review // *Polymer Eng. Sci*. 1976. Vol. 16, № 9. P. 615.
- [6] Weinan E., Engquist B., Li X., Ren W., Vanden/Eijnden E. The Heterogeneous Multiscale Method: a Review // *Comm. Comput. Phys*. 2007. Vol. 2, № 3. P. 367.
- [7] Xu Y., Kinugawa J., Yagi K. Development of Thermal Conductivity Prediction System for Composites // *Mater. Trans*. 2003. V. 44, № 4. P. 629.

## Взаимосвязь механических характеристик и структуры в сплавах TiNi при термоциклических воздействиях

Чуракова А.А., Гундеров Д.В.

Институт физики молекул и кристаллов УФИЦ РАН, Уфа

Одна из быстро растущих областей применения сплавов TiNi – микроэлектромеханические системные (MEMS) технологии, широко используемые в автомобильной промышленности и биомедицине, машиностроение. Основными преимуществами MEMS-технологий являются снижение расходных материалов. Материалы, с высоким уровнем физико-механических свойств, которые можно легко интегрировать и миниатюризировать, обладают высоким спросом. В то же время для миниатюрного исполнительного механизма важно, чтобы он был легко деформируемым, а также выдерживать механические нагрузки при циклическом нагружении без разрушения конструкции на протяжении всего срока эксплуатации. Последнее означает необходимость обеспечения высокой усталостной долговечности. В этом отношении сплавы TiNi с эффектами памяти формы и суперэластичности (SME-SE) являются одними из наиболее перспективных материалов. Немало важную роль играет долговечность материала в условиях механо- и термоциклических нагрузок. Исследованию влияния, в частности, термоциклирования на сплавы TiNi посвящено большое количество работ, но лишь ограниченное число из них рассматривает особенности механического поведения и характера разрушения данных сплавов в условиях нагружения.

В данной работе рассмотрено влияние многократных мартенситных превращений на меха-

нические свойства и структуру крупнозернистого сплава TiNi. В качестве материала исследования был выбран сплав с большим содержанием Ni –  $Ti_{49,2}Ni_{50,8}$  с температурами мартенситных превращений  $M_n=3^\circ\text{C}$ ,  $M_k=-60^\circ\text{C}$ ,  $A_n=-25^\circ\text{C}$ ,  $A_k=27^\circ\text{C}$ . Термоциклирование проводилось в свободном состоянии путем последовательного нагрева (до  $+150^\circ\text{C}$ ) и охлаждения ( $-196^\circ\text{C}$ ), выдержка  $t=8$  мин, количество циклов ( $n$ ) от 0 до 250. Были проведены механические испытания на растяжение плоских образцов на испытательной машине Shimadzu при комнатной температуре со скоростью  $10^{-3} \text{ c}^{-1}$ . Исследование структуры осуществлялось методом сканирующей электронной микроскопии на микроскопе JEOL JSM 6395 и просвечивающей электронной микроскопии JEOL 2100.

Результаты механических испытаний показали, что последовательное увеличение количества термоциклов приводит к повышению предела прочности с 935 МПа в исходном закаленном состоянии до 1070 МПа в состоянии  $n=250$  циклов. Наибольший прирост наблюдается в показателях предела текучести с 415 МПа до 675 МПа. Структурные изменения наблюдаются, начиная с  $n=50$  циклов – увеличение плотности дефектов, которое способствует уменьшению размера структурных параметров (зерен/субзерен). После  $n=100$  циклов термоциклирования наблюдается образование нанодвойников (001)B19'.

## Собственные колебания жидкости при гидроударе в скважине, сообщающейся с пластом

Шагапов В.Ш.\*, Башмаков Р.А.\*\*

\*ИМех УФИЦ РАН, Уфа

\*\*Башкирский государственный университет, Уфа

Явление гидроудара в нефтяных скважинах до недавнего времени рассматривалось лишь с негативной точки зрения, изучались прежде всего его последствия и способы предотвращения. В работе [1] рассмотрены показания датчиков, установленных в нефтяной скважине на различной глубине и фиксирующих изменение давления. Причем вид снятых осциллограмм давления явно указывает, что они соответствуют собственным колебаниям столба жидкости в скважине. В работе [2] изучаются собственные колебания столба жидкости в вертикальной скважине, возникающие при резком закрытии или открытии скважины (гидроударе), распространение возмущений в скважине при остановке нагнетающего насоса. В качестве граничного условия на нижнем конце скважины принималось постоянство давления, что соответствует условию отражения от основной границы для волновой задачи.

Нами рассматривается более детальная картина, учитывающая фильтрационные течения вблизи скважины. Кроме того, рассматриваются собственные частоты при наличии трещин ГРП. Показано, что период колебаний, интенсивность затухания колебаний определяются не только протяженностью столба жидкости в скважине, её диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами образованных трещин ГРП).

Запишем для жидкости, движущейся в скважине, уравнения сохранения масс и импульсов для возмущений плотности, давления и скорости в линеаризованном приближении:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} &= -\frac{2\sigma}{a} \quad (0 < z < l), \\ \sigma &= \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial \tau}{\sqrt{\pi \nu (t - \tau)}} d\tau, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad \rho = \frac{P}{C^2}. \end{aligned}$$

Здесь  $\sigma$  – касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины,  $\mu$  и  $\nu$  – динамическая и кинематическая вязкость жидкости,  $C$  – скорость звука в жидкости,  $P$  – давление,  $w$  – скорость жидкости в скважине,  $a$  – радиус скважины.

Будем полагать, что на верхней границе течение столба жидкости ограничено неподвижным поршнем. Тогда граничное условие может быть записано в виде  $w(t, 0) = 0$ .

Пусть  $w(l, t) = w_l(t)$ , при  $z = l$ , где  $l$  – длина части скважины от поверхности до открытого участка. Тогда на основе закона сохранения массы с учетом однородности давления можем записать

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \pi a^2 \rho_0 w_l - 2\pi a l_p \rho_0 u_a.$$

Здесь  $l_p$  – длина открытого участка скважины,  $u_a$  – скорость фильтрации жидкости в окружающей пласт через открытый участок скважины. Необходимо также рассмотреть фильтрационную задачу в пласте:

$$\frac{\partial P'_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P'_p}{\partial r} \right) \quad (a < r < \infty).$$

В работе ищется решение в виде стоячих волн

$$P = A_p(z) e^{i\omega t}, \quad w = A_p(z) e^{i\omega t}.$$

Получено трансцендентное уравнение для определения комплексных частот  $\omega$ . Изучена связь между различными параметрами пласта и их влиянием на частоту колебаний, коэффициент затухания, сдвиг по фазе.

Данная задача рассматривается также в случае наличия трещины ГРП.

### Список литературы:

- [1] Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity// SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 2008, SPE 112282.
- [2] Ляпидевский В. Ю. , Неверов В. В. , Кривцов А. М. Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв. 2018. № 15. С. 1687–1696.

## Волновое зондирование трубопроводов с поврежденными участками

Шагапов В.Ш.<sup>1</sup>, Галиакбарова Э.В.<sup>2</sup>, Хакимова З.Р.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт механики имени Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа  
<sup>2</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

В технологическом процессе транспорта углеводородных газов и жидкостей существует проблема обнаружения повреждений трубопроводов (наземных или подземных), таких как проржавления или трещины, а также склеротических образований на стенках трубопровода. Необходимо оценить месторасположение, характер и масштаб повреждения трубопровода. Предложено создавать сканирующий импульс давления конечной длительности во флюиде, заполняющем канал [1].

Теоретическое решение задачи проводится в три этапа [2-6]: 1) распространение импульсного сигнала по флюиду - получены интегро - дифференциальные уравнения, учитывающие проявление вязкости и теплопроводности в газах и жидкостях в пограничном слое вблизи внутренней поверхности стенки трубопровода; 2) взаимодействие импульсного сигнала с повреждением - получены дисперсионные уравнения на основе граничных условий на повреждениях; 3) возвращение отраженного от повреждения импульсного сигнала до датчика-анализатора - получены коэффициенты отражения от повреждений. При решении задачи используется быстрое преобразование Фурье.

На основе дисперсионных уравнений построены и проанализированы дисперсионные кривые для различных газов и жидкостей.

Построены расчетные осциллограммы эволюции импульсных сигналов в трубопроводах с повреждениями.

Теоретически показано, что по времени возвращения отраженного сигнала от повреждения можно судить о расстоянии до повреждения, а по трансформации сигнала - о характере и масштабах повреждения.

### Список литературы:

- [1] Галиакбаров В.Ф., Галиакбарова Э.В., Ковшов В.Д., Аминев Ф.М., Хакимова З.Р. Система контроля состояния трубопровода. Патент 2606719 РФ, F17D05/00. Опубл. 10.01.2017. БИ 1.
- [2] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р. К теории акустического сканирования трубопроводов с поврежденными участками // Труды института механики им. Р.Р. Мавлютова. 2016. Т.11. № 2. С. 180-188.
- [3] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р. К теории акустического зондирования трубчатых каналов, содержащих участки с нарушением герметичности // ИФЖ. 2018. Т.91. № 3. С. 709-719.
- [4] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хусаинов И.Г., Хакимова З.Р. Акустическое сканирование поврежденных трубопроводов, находящихся в грунте // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 4. С. 169-178.
- [5] Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р. Акустическое сканирование трубчатых каналов с узкими трещинами // Вестник БашГУ. 2017. № 3. С. 590-596.
- [6] Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р. К теории определения месторасположения гидратных отложений газопроводов акустическим зондированием // Многофазные системы 2019. Т. 14. № 3. (в печати).

## Теоретические модели фильтрации жидкости в трещине ГРП

Шагапов В.Ш.\*, Нагаева З.М.\*\*

\*ИМех УФИЦ РАН, Уфа

\*\*УГНТУ, Уфа

Много работ посвящено моделированию процесса нестационарной фильтрации флюида в нефтяных пластах, вскрытых трещинами ГРП (см., например, [1] - [6]).

Это связано с тем, что существенная часть углеводородов добывается из низкопроницаемых пластов или нефть имеет высокую вязкость. При разработке таких месторождений время выхода скважины на стационарный режим оказывается сравнимым со сроком эксплуатации скважины.

Нами рассматривается задача о распределении давления в трещине, полученной путем гидроразрыва пласта (ГРП).

Построены математические модели фильтрации флюида из пласта в трещину и далее по трещине в скважину [4, 5]. Рассматриваются вертикальные и горизонтальные скважины. В первом случае плоскость трещины параллельна оси скважины, а во втором – перпендикулярна.

Получены аналитические решения в виде затухающей бегущей волны для возмущений давления в трещине и окружающем трещину пласте, инициируемых гармоническими колебаниями давления флюида в скважине.

На основе анализа этих решений показано, что характерные расстояния проникания волн по трещинам и в пристенных слоях вблизи трещин значительно выше, чем аналогичные расстояния, на которые распространяются возмущения от скважины при отсутствии трещин. Это обстоятельство, в свою очередь, указывает на возможность диагностировать качество ГРП методом гидропрослушивания пласта.

Получены автомодельные решения, описывающие распределение давления в гидроразрыв-

ной трещине при поддержании постоянного перепада давления между пластовым и скважинным значениями и в режиме постоянного дебита скважины.

Приводятся приближенные аналитические решения, полученные методом последовательной смены стационарных состояний. Сравнение численных результатов по этим приближенным решениям с результатами полученных точных, но значительно более сложных решений при реальных параметрах пласта и трещины, представляющих наибольший практический интерес, показывает, что они практически совпадают.

### Список литературы:

- [1] Каневская Р.Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. – М.: Недра, 1999. – 212 с.
- [2] Chaohua Guo, Jianchun Xu, Mingzhen Wei, Ruizhong Jiang Pressure transient and rate decline analysis for hydraulic fractured vertical wells with finite conductivity in shale gas reservoirs // Journal of Petroleum Exploration and Production Technology 2015, V. 5, N 4, P. 435–443. <https://doi.org/10.1007/s13202-014-0149-3>
- [3] Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Вестник Башкирского университета. – 2017. – Т. 22, № 2. – С. 309 – 314.
- [4] Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. № 5 (345). – С. 121-130.
- [5] Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, № 3. – С. 319 – 329.
- [6] Cinco-Ley H., Samaniego V.F., Dominguez A. N. Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture // Soc. Pet. Eng. J. -1978. V. 18, N 4. P. 253–264. <https://doi.org/10.2118/6014-PA>.

## О фильтрации жидкости в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины

Шагапов В.Ш., Фокеева Н.О., Мигранова З.Н.

Рассматривается трещина в вертикальной нефтяной скважине, созданная ГРП. Траекторию трещины примем за ось абсцисс, а начало координат разместим на скважине. Предполагаем, что жидкость сначала растекается по трещине, а далее растекается перпендикулярно ей в пласте. Считаем, что давление в трещине не меняется в зависимости от глубины, в следствие используем прямоугольную систему координат.

Решение уравнений для описанной модели при фильтрации к скважине через трещину при внезапном снижении давления представлены в работе [1], в предположении, что до некоторого момента времени  $t_0$  флюид в трещине и окружающей ее пористой среде находится в состоянии близком к стационарному, и в момент времени  $t = t_0$  давление в скважине изменяется на величину и далее поддерживается постоянным. Также для фильтрации в режиме постоянного расхода, то есть, когда объемный расход жидкости поддерживается постоянным в скважине.

А в данной работе берем приближенное решение, полученная методом последовательной смены стационарных состояний (ПССС). И сравнивая точные результаты, полученные в работе [1], которые представляют собой наибольший практический интерес, и численные результаты по этим приближенным решениям – можно заметить, что они практически совпадают.

При трещине с бесконечной длиной, получили линейное уравнение, тогда решение для постоянного перепада, смогли обобщить на случай кусочно-постоянной функции  $\Delta P_w$ . То есть для случая, когда давление в отдельные моменты времени  $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$  изменяется на конкретные значения, а на интервалах времени  $[t_i, t_{i+1})$  поддерживается постоянным ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ).

Тогда формула для нахождения изменения давления в трещине будет иметь вид:

$$\Delta P_f(t, x) = \Delta P_{f(w_0)} \exp\left(-\frac{A^{1/2}x}{(2(t - \tau_0))^{1/4}}\right) +$$

$$+ \int_{t_0}^t \frac{\partial \Delta P_{fw}}{\partial \tau} \exp\left(-\frac{A^{1/2}x}{(2(t - \tau))^{1/4}}\right) d\tau.$$

А объемный расход флюида на единицу высоты трещины будет вычисляться так:

$$q = -\frac{d_f k'_f}{\mu} \left( \frac{\Delta P_{f(w_0)} A^{1/2}}{(2(t - \tau_0))^{1/4}} + \int_{t_0}^t \frac{\partial \Delta P_{fw}}{\partial \tau} \cdot \frac{A^{1/2}}{(2(t - \tau))^{1/4}} d\tau \right)$$

где

$$A = 2 \frac{m_p \sqrt{\alpha_p}}{m_f d_f}, \alpha_f = \frac{k'_f \rho_0 C^2}{m_f \mu}, \alpha_p = \frac{k'_p \rho_0 C^2}{m_p \mu}.$$

Список использованных обозначений.

$d_f$  – ширина (толщина) трещины, м;

$m_i$  ( $i = f, p$ ) – пористость, безразмерная величина;

$\rho_i$  ( $i = f, p$ ) – плотность флюида, кг/м<sup>3</sup>;

$v_i$  ( $i = f, p$ ) – скорость фильтрации флюида, м/с;

$k'_i$  ( $i = f, p$ ) – коэффициент проницаемости, м<sup>2</sup>;

$C$  – скорость звука для флюида, м/с;

$\mu$  – динамическая вязкость флюида, Па · с;

Нижние индексы

$f$  – соответствуют значениям параметров в трещине;

$p$  – соответствуют значениям параметров в пористой среде, окружающей трещину;

$w$  – соответствуют значениям параметров на скважине;

$0$  – для давления и плотности, соответствующих их невозмущенным значениям.

### Список литературы:

- [1] Нагаева З. М. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте / З. М. Нагаева, В. Ш. Шагапов // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, № 3. – С. 319 – 329.
- [2] Cinco – Ley, H. Transient pressure behavior for a well with a finite - conductivity vertical fracture / H. Cinco – Ley, V. F. Samaniego, A. N. Dominguez // Soc. Pet. Eng. J. – 1978. V. 18, N 4. P. 253 – 264. <https://doi.org/10.2118/6014-PA>.

## Нелинейные колебания трубопровода с присоединенной массой<sup>1</sup>

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматриваются нелинейные колебания участка двух опорного трубопровода с заключенной в нем газожидкостной средой, имеющей кольцевую структурную форму течения [1,2]. Крепления трубопровода к опорам – шарнирные. Одна из опор неподвижна относительно основания, другая – может скользить по нему. При этом скользящая опора прикреплена к основанию с помощью линейно упругих элементов. В статическом состоянии труба изогнута внутренним постоянным давлением, собственным весом и весом транспортируемого продукта. В момент времени  $t$  давление  $p$  в газожидкостной среде становится переменным и трубопровод начинает совершать изгибные колебания в вертикальной плоскости. Учитывается взаимодействие внутреннего давления и изменения кривизны осевой линии трубы. Транспортируемая среда в трубопроводе состоит из идеально несжимаемых жидкой и газовой фаз. Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области с внутренним и наружным радиусами. При равномерном поступательном движении, направленном перпендикулярно оси вращения трубы, размер внутреннего радиуса и форма жидкой области сохраняются. С ускорением движения из-за течения жидкости в поперечных сечениях трубы указанные характеристики изменяются. Вследствие этого происходит изменение давления на внутренней поверхности трубы, обуславливающее эффект ее присоединенной массы.

Сила сопротивления кольцевой жидкости ускоренному поперечному движению трубы определяется из решения плоской задачи. Действие этой силы учитывается в дифференциальном уравнении в частных производных, описывающем колебания трубы. Функция прогиба трубопровода принимается по первой основной форме. Процедура Бубнова-Галеркина

сводит проблему к нелинейной задаче Коши, которая решается численно методом Рунге-Кутты. Далее к этому решению применяются дискретное преобразование Фурье и отображение Пуанкаре.

Таким образом, получено, что ускоренное движение трубы в направлении, перпендикулярном ее оси вращения, при кольцевой структурной форме транспортировки газожидкостной среды вызывает течение жидкой фазы в поперечных сечениях. При этом трубопровод испытывает силу сопротивления, величина которой прямо пропорциональна его ускорению и присоединенной массе. Установлено, что динамические характеристики трубы, полученные с учетом и без учета присоединенной массы, отличаются незначительно. Сформулировано предположение о том, что следствием движения частиц жидкой фазы в поперечных сечениях трубопровода станет течение жидкости в продольном направлении от опор к середине пролета. По истечении определенного времени это может привести к уменьшению проходного сечения трубопровода. Показано, что увеличение амплитуды и частоты переменного давления в трубе приводят к увеличению амплитуд динамической части прогиба. Установлено, что изгибные колебания трубы имеют вид биений. Получено приближенное аналитическое решение нелинейного уравнения установившихся изгибных колебаний трубы. Результаты численного и приближенного аналитического моделирования находятся в качественном согласии.

### Список литературы:

- [1] Чисхолм Д. Двухфазные течения в трубопроводах и теплообменниках: Пер. с англ. Пер. изд.: Великобритания, 1983. – М.: Недра, 1986. 204 с.
- [2] Коршак А.А., Забазнов А.И., Новоселов В.В., Матросов В.И., Клюк Б.А. Трубопроводный транспорт нестабильного газового конденсата. – М.: ВНИИОЭНГ. 1994. 224 с.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00150)

## Определение внешней и внутренней присоединенной массы трубопровода<sup>1</sup>

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматривается ускоренное поступательное движение бесконечно длинного недеформируемого трубопровода с заключенной в нем несжимаемой газожидкостной средой. Транспортируемая среда в трубопроводе состоит из несжимаемых газовой и жидкой фаз с известными плотностями. Круговая труба окружена несжимаемой сплошной средой, плотность которой также известна. Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области. Изменениями формы и толщины цилиндрического слоя из-за веса газожидкостной среды пренебрегается. Это может быть приемлемо, когда труба располагается вертикально или в условиях невесомости и малой гравитации. При равномерном движении трубопровода суммарная сила сопротивления внешней и внутренней сред равна нулю. При этом указанные силы принято учитывать путем прибавления к массе трубопровода внешней и внутренней присоединенных масс сред [1-3]. Величины присоединенных масс определяются решениями краевых задач взаимодействия трубы с возмущенными ее ускоренным движением средами.

Возмущенные движения внутренних газовой, жидкой и внешней сплошной сред, вызванные ускорением трубопровода, описываются уравнениями Лапласа. Граничные условия формулируются на внутренней и внешней цилиндрических поверхностях трубы и на контактной поверхности между газовой и жидкой средами. В результате решения задачи получены формулы, определяющие возмущения давления в областях с жидкой фазой газожидкостной и обтекающей трубу сплошной средах.

Числовые расчеты были проведены для конкретных значений входных параметров. Из результатов вычислений можно отметить следующие выводы.

Отношение присоединенных масс жидкости с учетом и без учета перетекания частиц газожидкостной среды в поперечных сечениях является функцией плотностей сред и геометрических размеров трубы.

С увеличением плотности газовой фазы внутренней среды функция отношения присоединенных масс увеличивается. При равенстве плотностей газовой и жидкой фаз суммарная присоединенная масса не изменяется.

Увеличение плотности жидкой фазы внутренней среды приводит к большему уменьшению функции отношения присоединенных масс. При этом минимумы функции сдвигаются в сторону уменьшения толщины жидкого слоя.

При пренебрежимо малых значениях отношения плотностей внешней и внутренней жидкой сред приближенно можно считать, что эффективная присоединенная масса полностью определяется перетеканием частиц транспортируемого продукта в поперечных сечениях трубопровода.

### Список литературы:

- [1] Ильгамов М. А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 180 с.
- [2] Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1970. 568 с.
- [3] Ильгамов М. А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 200 с.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00150)



## Численное исследование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости со взвешенными твердыми частицами в наклонном канале<sup>1</sup>

Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А.

Башкирский государственный университет, Уфа

Течение суспензии в каналах широко распространено в природе и технике. Эффективность применения технологий разделения суспензий, основанных на гравитационном осаждении и всплывании твердых частиц, в значительной степени зависит от скорости движения частиц относительно дисперсионной среды. В свою очередь на скорость движения дисперсной фазы влияют такие параметры как размер и плотность частиц, а также свойства окружающей ее жидкости [1]. При моделировании концентрированных суспензий важно учитывать такие явления, как взаимодействие между частицами, между частицами и стенками, миграция частиц, режим течения, а также подъемные силы действующие на частицы.

При рассмотрении подходов к моделированию течения суспензий можно выделить 2 подхода: одножидкостный и двухконтинуальный [2, 3, 4]. Авторами статьи [4] отмечено то, что, когда устойчивые течения характеризуются малостью времени динамической релаксации частиц по сравнению с гидродинамическим временем или малостью числа Стокса, перенос частиц имеет диффузионный характер. Диффузионная модель суспензии применима для моделирования различных ламинарных потоков суспензии в приближении Стокса. И к тому же в отличие от двухскоростных моделей не требует больших вычислительных затрат, что позволяет значительно облегчить проведение исследования.

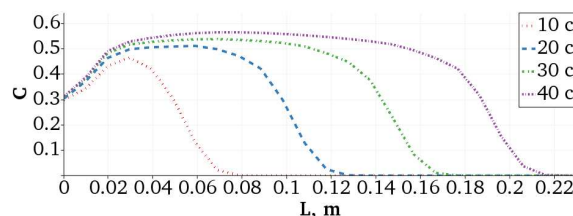
В данной работе моделируется ламинарное течение дисперсной системы, включающей в себя твердые сферические частицы и вязкую несжимаемую жидкость, в наклонном канале прямоугольного сечения.

Математическая модель включает в себя осредненные уравнения сохранения массы и количества движения для дисперсной фазы и дисперсионной среды, записанные с учетом влияния гравитационных сил. Считается, что в начальный момент времени канал был заполнен чистой жидкостью, система находилась при атмосферном давлении в состоянии покоя. В данном исследовании был использован подход, предложенный в работе [4]. Решение системы уравнений математической мо-

дели осуществлено методом контрольных объемов в программном комплексе OpenFoam.

Результаты численного моделирования, полученные ранее с помощью упрощенной математической модели, были проанализированы и сравнены с экспериментальными данными в работе [5]. Результаты моделирования качественно описывали экспериментальные данные, что позволяет судить о достоверности полученных результатов математического моделирования рассматриваемого процесса. В последствии математическая модель была модифицирована в соответствии с [4].

Проведено численное исследование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости с дисперсными частицами в канале прямоугольного сечения для разных значений расхода жидкости и угла наклона канала относительно горизонта. На рисунке представлены результаты, полученные при угле наклона канала  $30^\circ$  относительно горизонта.



Исследуется зависимость величины осевшего слоя от физических параметров суспензии и характеристик прямоугольного канала.

### Список литературы

- [1] Соковнин О.М., Загоскина Н.В., Загоскин С.Н. Гидродинамика движения частиц, капель и пузырей в неньютоновских жидкостях. М.: Наука, 2019. 215 с.
- [2] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I - М: Наука. 1987. 464 с.
- [3] Боронин С.А., Осипцов А.А. Двухконтинуальная модель течения суспензии в трещине гидроразрыва // Док. АН. 2010. Т. 431. № 6. С. 758–761.
- [4] Гаврилов А.А., Шибелев А.В. Одножидкостная модель смеси для ламинарных течений высококонцентрированных суспензий // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 2. С. 84–98.
- [5] Yu S Zamula, R R Iulmukhametova, A A Musin, A V Shashkov, L A Kovaleva Experimental and numerical modeling of a viscous incompressible fluid flow with dispersed particles in a rectangular channel // Journal of Physics: Conference Series. 2019. 1359 012039. 6 p.

<sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90157.

## Точное решение подмодели на четырехмерной подалгебре, состоящей из галилеевых переносов по осям координат<sup>1</sup>

Юлмухаметова Ю.В.\*

\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматриваются уравнения газовой динамики (УГД) в декартовой системе координат

$$\begin{aligned}u_t + uu_x + vu_y + wu_z + \rho^{-1}p_x &= 0 \\v_t + uv_x + vv_y + wv_z + \rho^{-1}p_y &= 0 \\w_t + uw_x + vw_y + ww_z + \rho^{-1}p_z &= 0 \\ \rho_t + u\rho_x + v\rho_y + w\rho_z + \rho(u_x + v_y + w_z) &= 0 \\ S_t + uS_x + vS_y + wS_z &= 0, p = f(\rho, S),\end{aligned}$$

где  $t$  – время,  $\vec{x} = (x, y, z)$  – декартовы независимые переменные,  $u = u(t, \vec{x})$ ,  $v = v(t, \vec{x})$ ,  $w = w(t, \vec{x})$  – компоненты вектора скорости,  $\rho = \rho(t, \vec{x})$  – плотность,  $p = p(t, \vec{x})$  – давление,  $p = f(\rho, S)$  – уравнение состояния,  $S = S(t, \vec{x})$  – энтропия. В системе УГД уравнение состояния предполагается произвольного вида.

Подалгебра с номером 4.47 из [1] задается операторами  $X_1 + aX_3 = \partial_x + a\partial_z$ ,  $X_2 = \partial_y$ ,  $X_5 = t\partial_y + \partial_v$ ,  $X_6 = t\partial_z + \partial_w$ , где  $a$  – некоторая постоянная. Инварианты подалгебры задают представление решения, которое имеет вид:

$$\begin{aligned}u &= u(t), \quad v = v(t, x, y, z), \quad w = \frac{z - ax}{t} + w_1(t), \\ p &= p(t), \quad \rho = \rho(t),\end{aligned}$$

где  $w_1(t)$  – произвольная функция. После подстановки представления решения в уравнения газовой динамики получим решения

$$\begin{aligned}S &= S_0, \quad u = 0, \quad w = \frac{z - ax}{t}, \\ v &= \frac{y + \Phi(x, \frac{z-ax}{t})}{t+1}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{t(t+1)},\end{aligned}$$

где  $S_0$ ,  $\rho_0$  – произвольные постоянные,  $\Phi$  – произвольная функция двух переменных.

Таким образом, решение уравнений газовой динамики задается последними формулами и задает изоэнтропическое движение газа. Из представления решения определяются мировые линии движения частиц газа как решение системы дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v, \quad \frac{dz}{dt} = w.$$

Для решений уравнений газовой динамики система имеет вид.

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{y + \Phi(x, \frac{z-ax}{t})}{t+1}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{z - ax}{t}.$$

Решение последней системы задает мировые линии движения частиц:

$$x = x_0, \quad y = (t+1)v_0 - \Phi(x_0, w_0), \quad z = ax_0 + tw_0,$$

где  $x_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$  – локальные лагранжевые переменные. Последние равенства задают прямолинейный разлет частиц газа. Якобиан перехода от эйлеровых переменных к лагранжевым переменным равен  $|J| = t(t+1)$  и обращается в нуль при  $t = -1$  и  $t = 0$ . Моменты времени  $t = -1$  и  $t = 0$  являются моментами коллапса частиц системы дифференциальных уравнений. Система совместна и имеет точное решение с одной произвольной функцией. Полученное решение описывает прямолинейный разлет частиц газа. Найдены моменты коллапса частиц.

### Список литературы

- [1] Хабиров С.В. Простые частично инвариантные решения // УМЖ. 2019. Т.11 № 1. С. 87–98.
- [2] Хабиров С.В. Аналитические методы в газовой динамике. Уфа: Гилем, 2003. 192 с.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию на 2019-2022 годы (№ 0246-2019-0052).

## Содержание

<b>Абдеев Э.Р., Шавалеев Э.И., Яковлев Д.В.</b> Повышение эффективности аппаратов воздушного охлаждения установки переработки нефтешламов организацией потоков охлаждающего воздуха .....	3
<b>Аветисян Г.Р.</b> Устранение кавитационных явлений в рабочих частях гидротурбин .....	4
<b>Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.</b> Управление волновыми и вибрационными процессами в трубопроводных системах содержащих двухфазную среду: жидкость-газ .....	5
<b>Аганин А.А., Мустафин И.Н.</b> Импульс давления в жидкости при коллапсе кавитационного пузырька в воде .....	6
<b>Аганин А.А., Халитова Т.Ф.</b> Деформации ударных волн в кавитационных пузырьках в ацетоне и тетрадекане .....	7
<b>Агишева У.О., Галимзянов М.Н.</b> Особенности устойчивости и акустических свойств перегретой жидкости с газовыми зародышами .....	8
<b>Аитбаева А.А.</b> Определение длины и радиуса концевой цилиндрического груза, сосредоточенного на конце стержня .....	9
<b>Ахметов А.Т., Азаматов М.А., Мухаметзянов А.Ф.</b> Изменение структуры ударных волн в насыпных средах при пе- реотражении .....	10
<b>Байков В.А., Коновалова С.И., Рыкус М.В., Абдрашитов К.Х., Байков И.В., Сакаев Р.Ф.</b> Синхронизация подмоделей пластовых систем в рамках механики многофазных сред .....	11
<b>Барткус В.Г., Кузнецов В.В.</b> Исследование локальных характеристик газожидкостного течения в прямоугольных микроканалах методом LIF .....	12
<b>Баширова К.И., Михайленко К.И.</b> Об отражении ударной волны от гранулированного слоя средней концентрации .....	13
<b>Белевцов Н.С., Лукашук С.Ю.</b> Исследование дробно-дифференциальной модели однофазной фильтрации с потенциалом Рисса .....	14
<b>Белова С.В., Чиглинцева А.С., Дударева О.В.</b> Численное моделирование процесса образования гидрата при продувке холодного газа через слой снега .....	15
<b>Беляков Г.В., Таирова А.А., Юдочкин Н.А., Молокоедов А.С.</b> Образование и распространение ГРП в градиентном фильтрационном поле .....	16
<b>Береславский Э. Н., Мкртчян Б.А.</b> О режиме грунтовых вод при фильтрации из каналов в почвенном слое с нижележащим напорным горизонтом .....	17
<b>Богатко Т.В., Лобанов П.Д., Пахомов М.А., Das P.K.</b> Моделирование динамики распределения пузырьков по сечению канала. Методы дельта-аппроксимации и Population Balance Equation .....	18
<b>Богданов А.Н.</b> Некоторые аналитические подходы к математическому моделированию неоднородных экзотермических течений .....	19

<b>Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф.</b> Анализ влияния синерезиса и реологических свойств водной пены на снижение интенсивности ударного воздействия .....	20
<b>Болотнова Р.Х., Нурисламова Э.А.</b> Исследование динамики кавитирующей струи .....	21
<b>Булатова А.З., Солнышкина О.А., Фаткуллина Н.Б.</b> Трехмерное моделирование динамики одиночных пузырьков в канале некруглого поперечного сечения с применением метода граничных элементов .....	22
<b>Бурмистров М.Е., Питюк Ю.А.</b> Изучение гидродинамических потоков вблизи твердых объектов при осцилляции пузырька .....	23
<b>Валиев А.А.</b> Развитие неустойчивого вытеснения при снижении поверхностного натяжения .....	24
<b>Валиев А.А., Низамова А.Д.</b> Комплексное исследование вытеснения нефти водой в плоском канале .....	25
<b>Волченко К.М., Гимадиев Р.Ш., Якимов Н.Д., Халитов Ф.Г.</b> О растапливании обледенения ЛЭП нагревом .....	26
<b>Галиакбарова Э.В.</b> Теоретические основы технологических процессов очистки и перемешивания в системах подготовки и хранения углеводородных жидкостей .....	27
<b>Гафиятов Р.Н.</b> Особенности падения акустических волн на слой многофракционной пузырьковой жидкости .....	28
<b>Гиззатуллина А.А., Тазетдинова Ю.А., Миннивалеев Т.Н.</b> Математическое моделирование теплового метода воздействия на пласт с битумной нефтью .....	29
<b>Гималтдинов И.К., Кочанова Е.Ю.</b> Фокусировка волны давления в пузырьковом клине .....	30
<b>Гималтдинов И.К., Столповский М.В.</b> Математическая модель процесса горения газогидрата .....	31
<b>Гогонин И.И., Катаев А.И., Сосунов В.И.</b> Экспериментальное исследование режимов неустойчивости двухфазного потока в дистилляционной колонне .....	32
<b>Груздь С.А., Корепанов М.А.</b> Математическая модель конденсации оксида алюминия в соплах .....	33
<b>Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д.Н.</b> Распространение волн в высокопроницаемом слое в пористой среде, пересекаемом заполненной жидкостью цилиндрической полостью .....	34
<b>Губайдуллин Д.А., Осипов П.П., Насыров Р.Р.</b> Акустические ловушки в резонаторе .....	35
<b>Давлетшин И.А., Михеев А.Н., Михеев Н.И., Кратиров Д.В.</b> Разработка эталонной расходомерной установки для потоков газожидкостных смесей .....	36
<b>Давлетшина М.Р.</b> Особенности разработки гидратного пласта при тепловом воздействии .....	37
<b>Димов С.В.</b> Фильтрация суспензии в пористой среде .....	38

<b>Дуйшеналиев Т.Б., Меркурьев И.В., Дуйшембиев А.С.</b> Соотношения между градиентами перемещения .....	39
<b>Еникеев Г.Г., Абдулин А.Я., Касаткин А.А.</b> Трехмерное моделирование истечения свободной незатопленной струи из пожарного сопла .....	40
<b>Жонин А.В., Мартынова Ю.В.</b> Гидродинамическое моделирование на тороидальной сетке в задачах оптимизации систем разработки .....	41
<b>Завойчинская Э.Б.</b> Об оценке ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении центробежными и аэродинамическими силами .....	42
<b>Загвозкин Т.Н., Любимова Т.П., Воробьев А.М.</b> Моделирование процесса всплытия капли методом фазового поля .....	43
<b>Замула Ю.С., Батыршин Э.С., Питюк Ю.А.</b> Экспериментальное изучение влияния акустического поля на несмешивающееся вытеснение в поровом дублете .....	44
<b>Зарафутдинов И.А., Питюк Ю.А.</b> Численное исследование методом граничных элементов динамики пузырькового кластера с примесями твердых частиц в акустическом поле .....	45
<b>Ибен У., Махнов А.В., Шмидт А.А.</b> Численное исследование кавитации и процесса выделения растворенного воздуха в нестационарных потоках .....	46
<b>Измайлова А.Р., Печенкин А.В., Власов С.М.</b> Модернизация химического цеха филиала АО «Татэнерго» Казанской ТЭЦ-1 в связи с вводом нового блока ПГУ-240 МВт .....	47
<b>Кабилев М.М., Гулбоев Б.Дж.</b> Волна фильтрационного горения газов при диффузии компонентов в зоне горения .....	48
<b>Кабилев М.М., Холов О.А.</b> Численное решение модельной задачи фильтрационного горения газов при обобщённом числе Льюиса .....	49
<b>Кильдибаева С.Р., Гималтдинов И.К., Кильдибаева Г.Р.</b> Об особенностях транспортировки и устранения утечек нефти при использовании подводных трубопроводов .....	50
<b>Киреев Т.Ф., Булгакова Г.Т.</b> Применение неструктурированной сетки Вороного для численного решения задач фильтрации .....	51
<b>Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В.</b> Особенности перемешивания газа и жидкости при наличии в гидродинамической системе вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации .....	52
<b>Колчанов Н.В., Колчанова Е.А.</b> Конвективный эффект удвоения волнового числа в жидкостном слое с неоднородной пористой средой .....	53
<b>Колчанова Е.А.</b> Нелинейная конвективная динамика жидкости в двойном слое с пористой зоной под действием высокочастотной вибрации в невесомости .....	54
<b>Кравченко М.Н., Диева Н.Н., Вожегов Е.М.</b> Моделирование изменения структуры порового пространства при термокислотной обработке насыщенного коллектора .....	55

<b>Криворогова А.С., Ильиных Н.И., Ильиных С.А., Гельчинский Б.Р.</b> Исследование поведения самофлюсующихся сплавов Ni-C-Cr-Si-B в экстремальных условиях.....	56
<b>Ильиных Н.И.</b> Термодинамическое моделирование системы Fe-Si-O в широком интервале температур и давлений.....	57
<b>Литвинов В.Л.</b> Об одном методе моделирования компонентно–фракционного состава флюида в процессе добычи нефти и газа.....	58
<b>Любимова Т.П., Рыбкин К.А., Фатталов О.О., Кучинский М.А.</b> Динамика парогазовых пузырьков в жидкости под действием ультразвука при различной концентрации газа растворенного в жидкости.....	59
<b>Любимова Т.П., Фатталов О.О.</b> Динамика двухфазных систем под действием горизонтальных вибраций линейной поляризации.....	60
<b>Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.</b> Модели двухфазных и струйных течений в микроканалах.....	61
<b>Маматюков М.Ю., Паршин Д.В., Хе А.К., Чупахин А.П.</b> Энергия гидроупругой системы и ее приложения в церебральной гемодинамике.....	62
<b>Малинникова О.Н., Трофимов В.А., Шиповский И.Е.</b> Моделирование влияния мультифазных включений в толще отвала на устойчивость откосов.....	63
<b>Мартемьянова Н.В.</b> Обратные задачи для уравнений смешанного типа с оператором Лаврентьева-Бицадзе по отысканию правых частей.....	64
<b>Михайленко К.И.</b> Особенности перераспределения температурных потоков в вихревой трубе при изменении размера холодной диафрагмы.....	65
<b>Мишин А.В.</b> Моделирование случайной плотной упаковки континуальными методами по описанию гетерогенных систем.....	66
<b>Муллаянов А.И., Мусин А.А., Зиннатуллин Р.Р., Ковалева Л.А.</b> Воздействие неоднородного электрического поля на водонефтяную эмульсию в микрожидкостной ячейке.....	67
<b>Муллаянов А.И., Питюк Ю.А.</b> Экспериментальное изучение вытеснения нефти пузырьковой жидкостью в модельной пористой среде.....	68
<b>Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К., Губайдуллин А.А.</b> Необходимые условия формирования объемной области образования гидрата при закачке газа в насыщенный метаном и водой пласт.....	69
<b>Насибуллаева Э.Ш.</b> Численное исследование акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер.....	70
<b>Натяганов В.Л., Маслов С.А.</b> Сингулярный метод в задачах электрогидродинамики однородных суспензий сферических капель.....	71
<b>Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчеев С.Ф.</b> Устойчивость течения термовязкой жидкости в канале теплообменника.....	72

<b>Никонорова Р.Ф.</b> Инвариантные подмодели одноатомного газа на трехмерных подалгебрах с проективным оператором .....	73
<b>Одинцев В.Н., Шиповский И.Е.</b> Моделирование действия взрыва на метанонасыщенный угольный пласт .....	74
<b>Панфилов С.В., Циркунов Ю.М.</b> Рассеяние несферических частиц при отскоке от поверхности, обтекаемой потоком газовзвеси .....	75
<b>Пахомов М.А., Терехов В.И.</b> Гидродинамика и теплоперенос в газокапельном пристенном турбулентном потоке .....	76
<b>Пашали А.А.</b> Прогнозирование структуры течения газожидкостной смеси в рельефных трубопроводах .....	77
<b>Пашали А.Ф., Михайлов В.Г.</b> Разработка математической модели гидравлического сопротивления участка трубопровода с учетом влияния теплопереноса и структуры режимов водонефтяной смеси .....	78
<b>Перегудин С.И., Перегудина Э.С., Холодова С.Е.</b> Волны в жидкости над деформируемой поверхностью .....	79
<b>Петров А.Г., Сандуляну Ш.В.</b> Моделирование слияния газовых пузырьков в жидкости в пульсирующем поле давления .....	80
<b>Рахимов А.А., Ахметов А.Т., Валиев А.А., Саметов С.П., Данилко К.В., Хайрулина Р.Р., Хисматуллин Д.Б.</b> Экспериментальное изучение миграции раковых клеток в двухуровневом микрожидкостном устройстве .....	81
<b>Рудяк В.Я., Третьяков Д.С.</b> Теплофизические свойства наножидкостей с обычными частицами и углеродными трубками .....	82
<b>Рыбакин Б.П., Кравченко М.Н., Садринов Д.Р.</b> Численное исследование динамики кумулятивной детонации при изменении параметров оболочки пиропатрона .....	83
<b>Сабитов К.Б.</b> Колебания балки с учетом вращательного движения .....	84
<b>Сайтов Р.И., Абдеев Р.Г., Абдеев Э.Р., Хабаева А.Р., Фатыхов М.А.</b> Разработка техники и технологии свч-переработки нефтешламов .....	85
<b>Саламатин А.А., Егоров А.Г.</b> Асимптотическое представление кривой выхода масла при сверхкритической флюидной экстракции из полидисперсного зернистого слоя молотого высокомасличного растительного сырья .....	86
<b>Саметов С.П., Питюк Ю.А.</b> Экспериментальное исследование влияния акустического поля на подвижность пузырька по твердой поверхности в сдвиговом потоке .....	87
<b>Сандуляну Ш.В.</b> Силы вязкого и невязкого взаимодействия пульсирующих в жидкости двух сфер вблизи их контакта .....	88
<b>Середжинова Г.И.</b> Численное моделирование акустического рассеяния методом граничных элементов .....	89

<b>Середжинова Г.И.</b> Численное моделирование распределения тепла в тонком неоднородном стержне .....	90
<b>Сидоров С.Н.</b> Начально-граничная задача для параболо-гиперболического уравнения, моделирующего электромагнитные колебания .....	91
<b>Симонов О.А., Филимонова Л.Н.</b> Конвективное течение воды в пористой среде вблизи вертикального охлаждающего устройства .....	92
<b>Сираева Д.Т.</b> Точные решения уравнений гидродинамического типа .....	93
<b>Ситдикова Л.Ф.</b> Исследование распространения акустических волн в пористой среде насыщенной жидкостью с пузырьками газа .....	94
<b>Сон Э.Е.</b> Гидродинамики и турбулентность многофазных течений .....	95
<b>Столповский М.В.</b> Численное исследование горения сферической частицы гидрата .....	96
<b>Стояновская О.П., Давыдов М.Н., Арндаренко М.А., Исаенко Е.А., Маркелова Т.В., Снытников В.Н.</b> Эффективный метод расчета динамики полидисперсных газовзвесей с интенсивным межфазным взаимодействием в гидродинамике сглаженных частиц .....	97
<b>Тазетдинова Ю.А., Гиззатуллина А.А., Тазетдинов Б.И.</b> Численное моделирование задачи о нагревании пласта с высоковязкой нефтью горизонтальными скважинами .....	98
<b>Терентьев А.Г.</b> Пляшущие капли на воде .....	99
<b>Топорков Д.Ю.</b> Модификация уравнения состояния Нигматулина–Болотновой для случая высокоскоростного сжатия пара тетрадекана .....	100
<b>Тукмаков Д.А.</b> Математическое моделирование взаимодействия ударной волны с электрически заряженной запылённой средой .....	101
<b>Тукмаков А.Л., Тонконог В.Г., Тукмакова Н.А.</b> Гидро- и термодинамика полидисперсной парокапельной смеси в цилиндрическом канале с нагретой стенкой .....	101
<b>Урманчиев С.Ф.</b> Об оценке интенсивности тепловыделения при течении термовязкой жидкости .....	103
<b>Усманов Р.И.</b> К вопросу вскрытия золота из особо упорных золотомышьяковых руд резонансным воздействием ВЧ ЭМВ на месте его естественного залегания .....	104
<b>Фадеева О.В.</b> О корректности начально-граничной задачи для неоднородного уравнения колебания балки .....	105
<b>Фазлетдинов С.У., Питюк Ю.А., Фахреева Р.Р.</b> Численное моделирование водогазового воздействия на нефтяной пласт с периодическим акустическим полем .....	106



<b>Фаткуллина Н.Б., Солнышкина О.А., Булатова А.З.</b> Численное исследование течения вязкой жидкости и динамики одиночных капель в микроканалах с гидродинамическими ловушками .....	107
<b>Фатыхов М.А., Абдеев Р.Г., Сайтов Р.И.</b> Разработка низкотемпературной технологии СВЧ-переработки нефтешламов .....	108
<b>Федоров К.М., Шевелев А.П., Кобяшев А.В., Захаренко В.В.</b> Определение фильтрационных параметров раствора полимера и суспензии из решения обратных задач движения оторочек в пористой среде .....	109
<b>Федоров Ю.В.</b> Акустика вязкоупругой жидкости с покрытыми оболочкой пузырьками .....	110
<b>Филиппов А.И.</b> Эффект вытеснения жидкости скелетом при малой пористости .....	111
<b>Филиппов А.И., Михайлов П.Н.</b> Асимптотические представления решения задачи о поле давления в несовершенном вскрытом нефтегазовом пласте .....	112
<b>Филиппов А.Н.</b> Ячеечная модель пористого заряженного слоя: вычисление кинетических коэффициентов матрицы Онзагера .....	113
<b>Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А.</b> Моделирование неустановившейся фильтрации в системе пласт-трещина гидроразрыва ....	114
<b>Хабиров С.В.</b> Об инвариантных движениях частиц общей трехмерной подгруппы группы всех пространственных переносов .....	115
<b>Черных А.А.</b> Модель вычисления коэффициента теплопроводности твердых двухфазных смесей .....	1156
<b>Чуракова А.А., Гундеров Д.В.</b> Взаимосвязь механических характеристик и структуры в сплавах TiNi при термоциклических воздействиях .....	117
<b>Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А.</b> Собственные колебания жидкости при гидроударе в скважине, сообщающейся с пластом ....	118
<b>Шагапов В.Ш., Галиакбарова Э.В., Хакимова З.Р.</b> Волновое зондирование трубопроводов с поврежденными участками .....	119
<b>Шагапов В.Ш., Нагаева З.М.</b> Теоретические модели фильтрации жидкости в трещине ГРП .....	120
<b>Шагапов В.Ш., Фокеева Н.О., Мигранова З.Н.</b> О фильтрации жидкости в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины .....	121
<b>Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.</b> Нелинейные колебания трубопровода с присоединенной массой .....	122
<b>Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.</b> Определение внешней и внутренней присоединенной массы трубопровода .....	123
<b>Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А.</b> Численное исследование ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости со взвешенными твердыми частицами в наклонном канале .....	124
<b>Юлмухаметова Ю.В.</b> Точное решение подмодели на четырехмерной подалгебре, состоящей из галилеевых переносов по осям координат .....	125